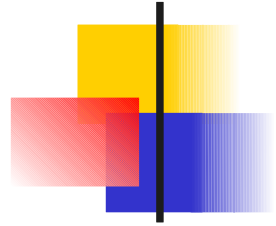




Algorithmique avancée

Méthodes computationnelles

Laurent Lemarchand
Lab-STICC/UBO
Laurent.Lemarchand@univ-brest.fr

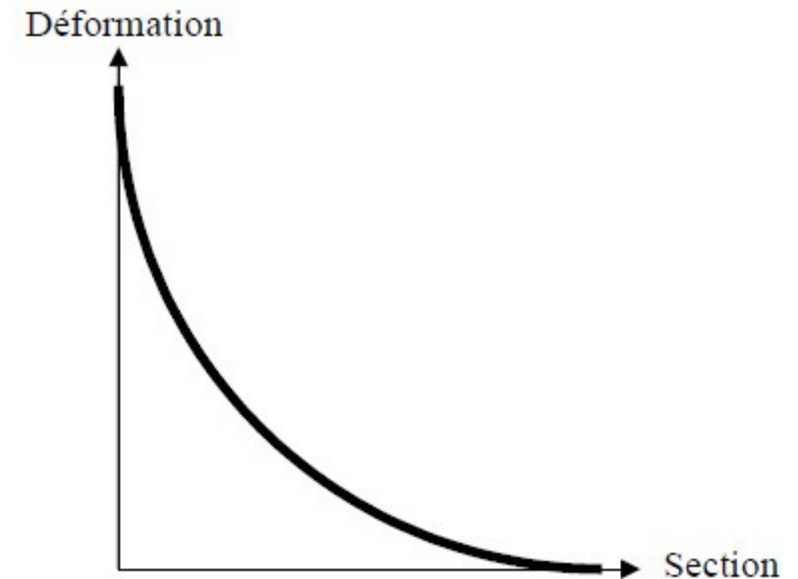


Optimisation multi objectifs (MOO)

Optimisation combinatoire Multi-Objectifs

introduction à la MOO

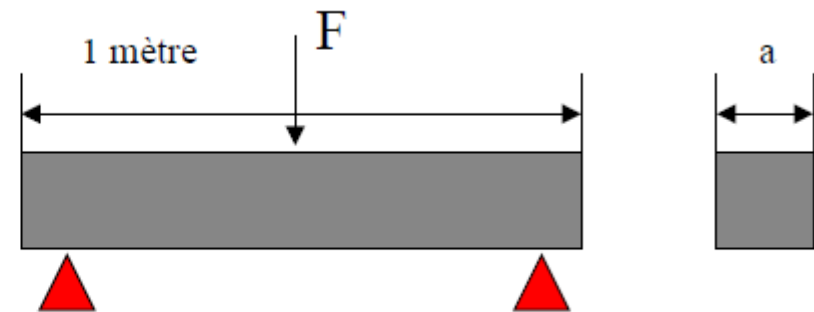
- Méthodes d'optimisation (suivant objectifs qualitatifs et critères simples ou **multiples**)
- La poutre : **section** (poids) VS **déformation**



$$S(a) = a^2$$

$$d(a) = 1000 + \frac{1 \cdot 10^{-2}}{192 + 2 \cdot 10^5 + \frac{a^4}{12}}$$

$$a \leq 0.1$$

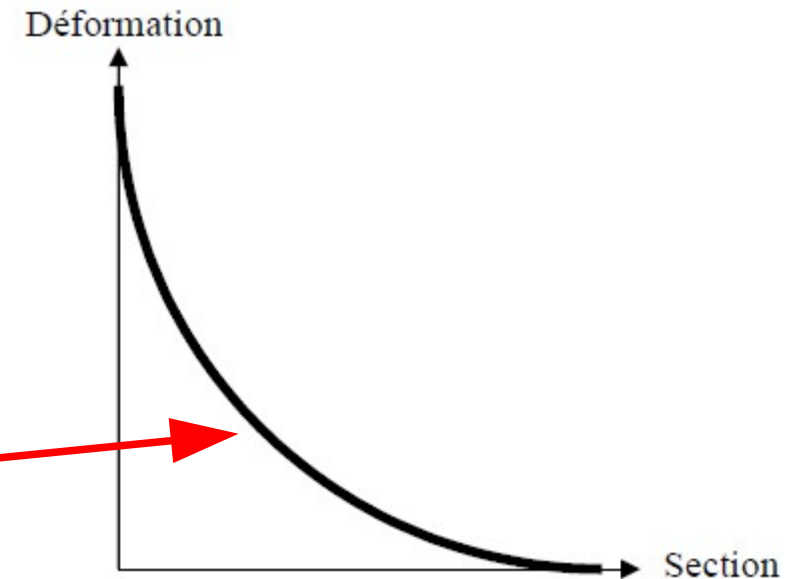


Optimisation combinatoire

introduction à la MOO

≠
Mono-
objectif

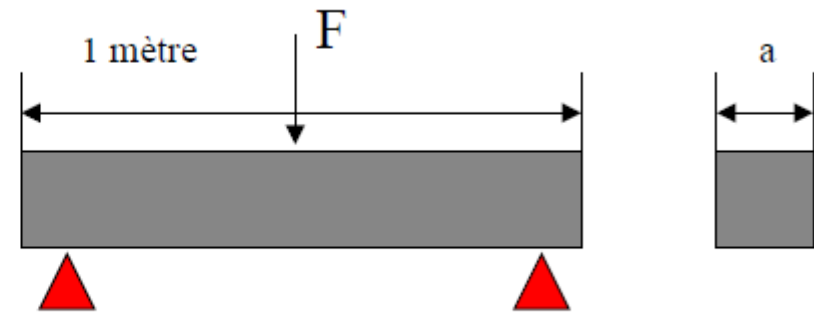
- **Plusieurs** fonctions objectives
 - antagonisme
- Pas de *meilleure* solution
 - **ensemble** de solutions



$$S(a) = a^2$$

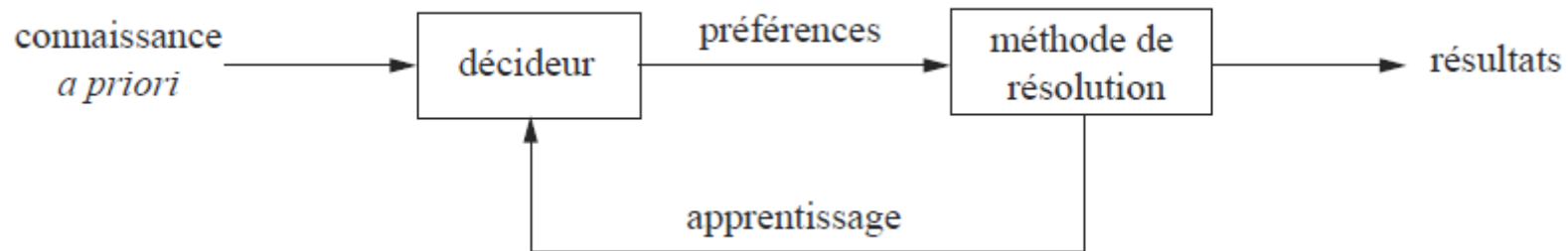
$$d(a) = 1000 + \frac{1 \cdot 10^{-2}}{192 + 2 \cdot 10^5 + \frac{a^4}{12}}$$

$$a \leq 0.1$$





Recherche des solutions décideur



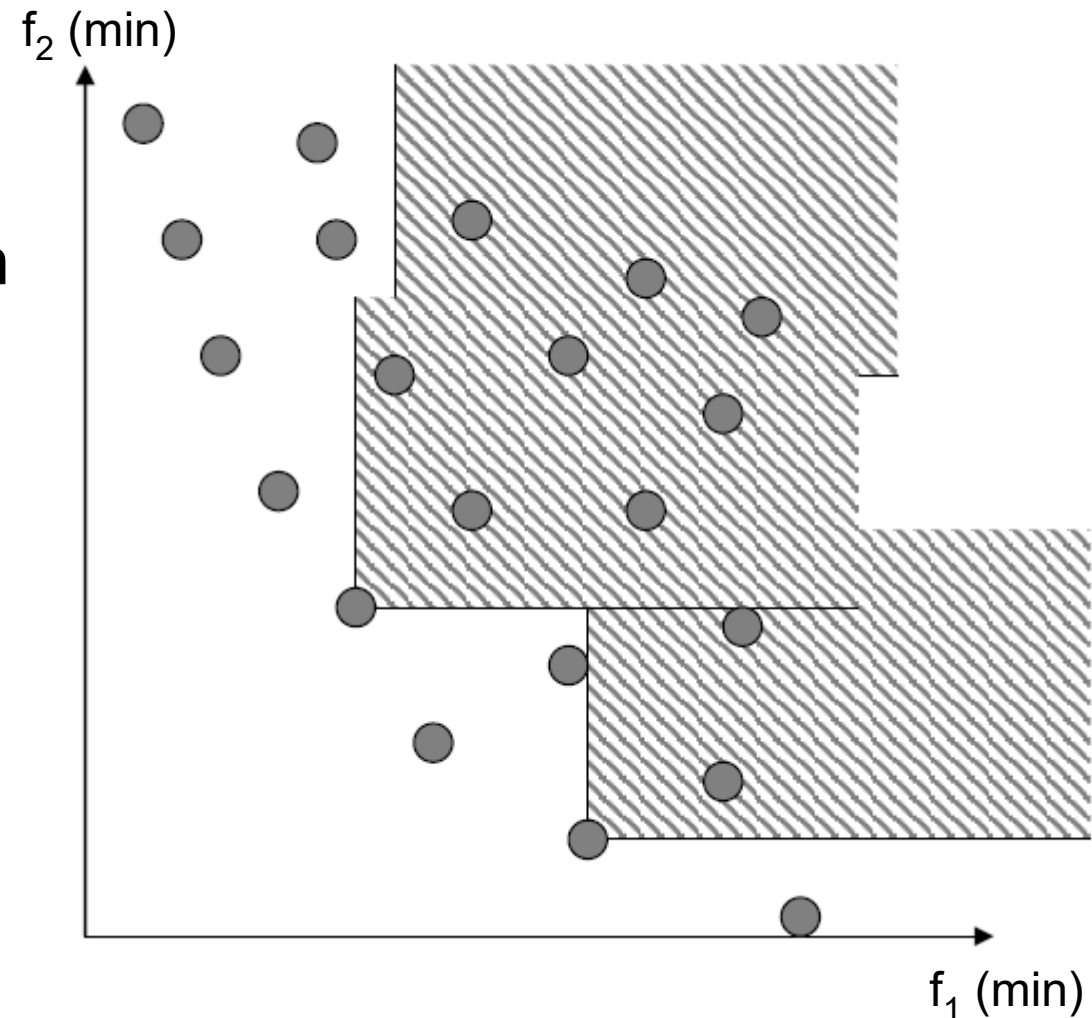
- Recherche a priori
 - Priorités (ex. méthode de compromis)
- Recherche a posteriori → tout l'ensemble des solutions
 - Peut être complexe à analyser
- Recherche interactive
 - Guidage du décideur

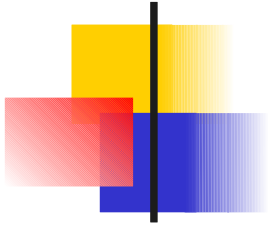


Introduction à la MOO

Dominance

- Comment comparer les solutions entre elles ?
- Une solution a **domine** une solution b si
 - a est aussi bonne que b sur tous les critères i d'optimisation:
 $\forall i, f_i(a) \leq f_i(b)$
 - Il y a au moins un critère j pour lequel a est meilleure que b :
 $\exists f_j(a) < f_j(b)$

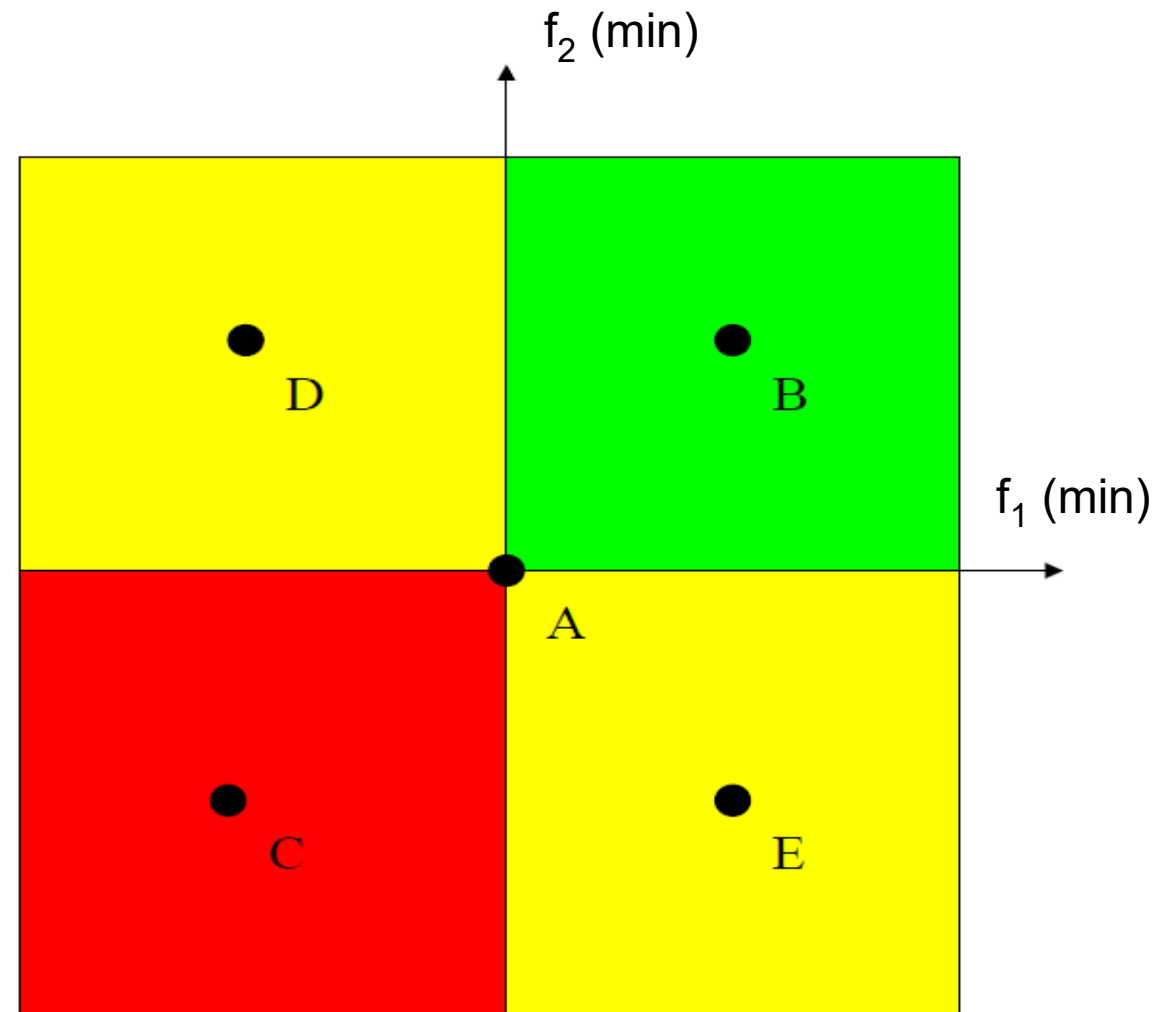




Introduction à la MOO

Dominance

- Qui est dominé par A ?
- Qui domine A ?
- Qui est non comparable à A ?

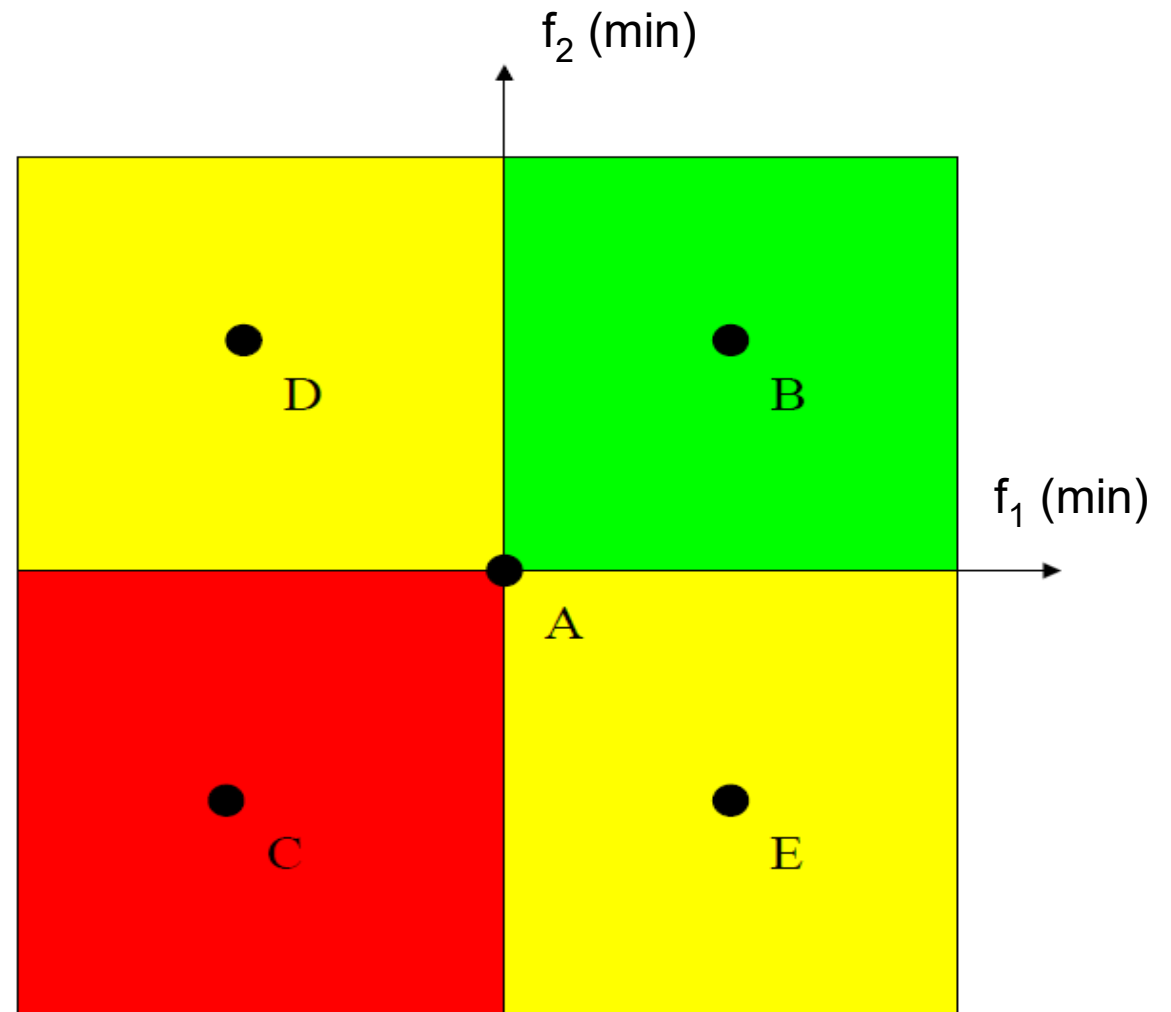




Introduction à la MOO

Dominance

- Qui est dominé par A ?
B
- Qui domine A ?
C
- Qui est non comparable à A ?
D et E





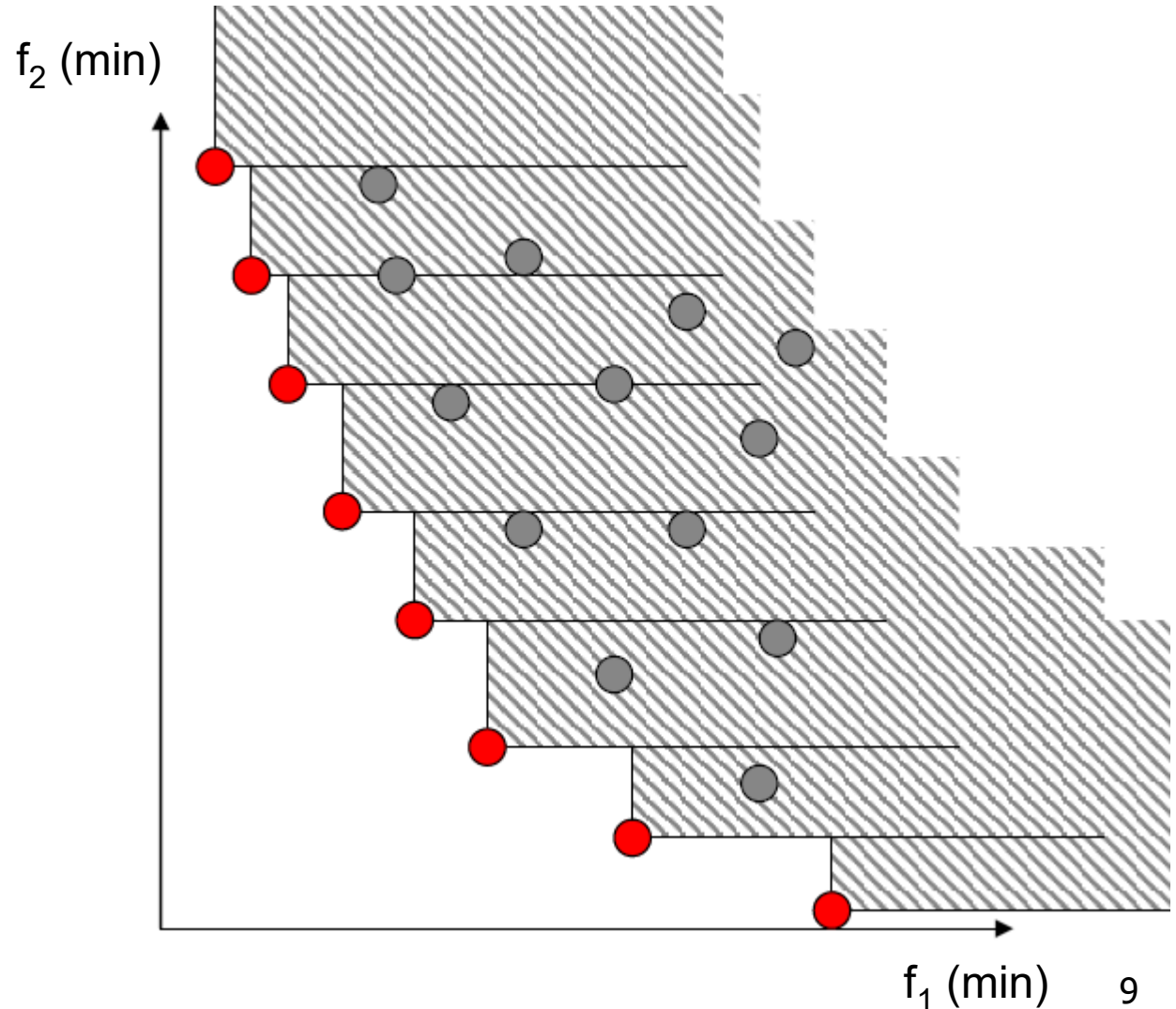
Introduction à la MOO

Front de Pareto (1/2)

- Ensemble des solutions **non-dominées**

- Solutions optimales au sens de Pareto
- Front de Pareto maximal/minimal : toutes/une seule des solutions pour un même avec vecteur objectif identique

les algorithmes MOO cherchent en général un front min.



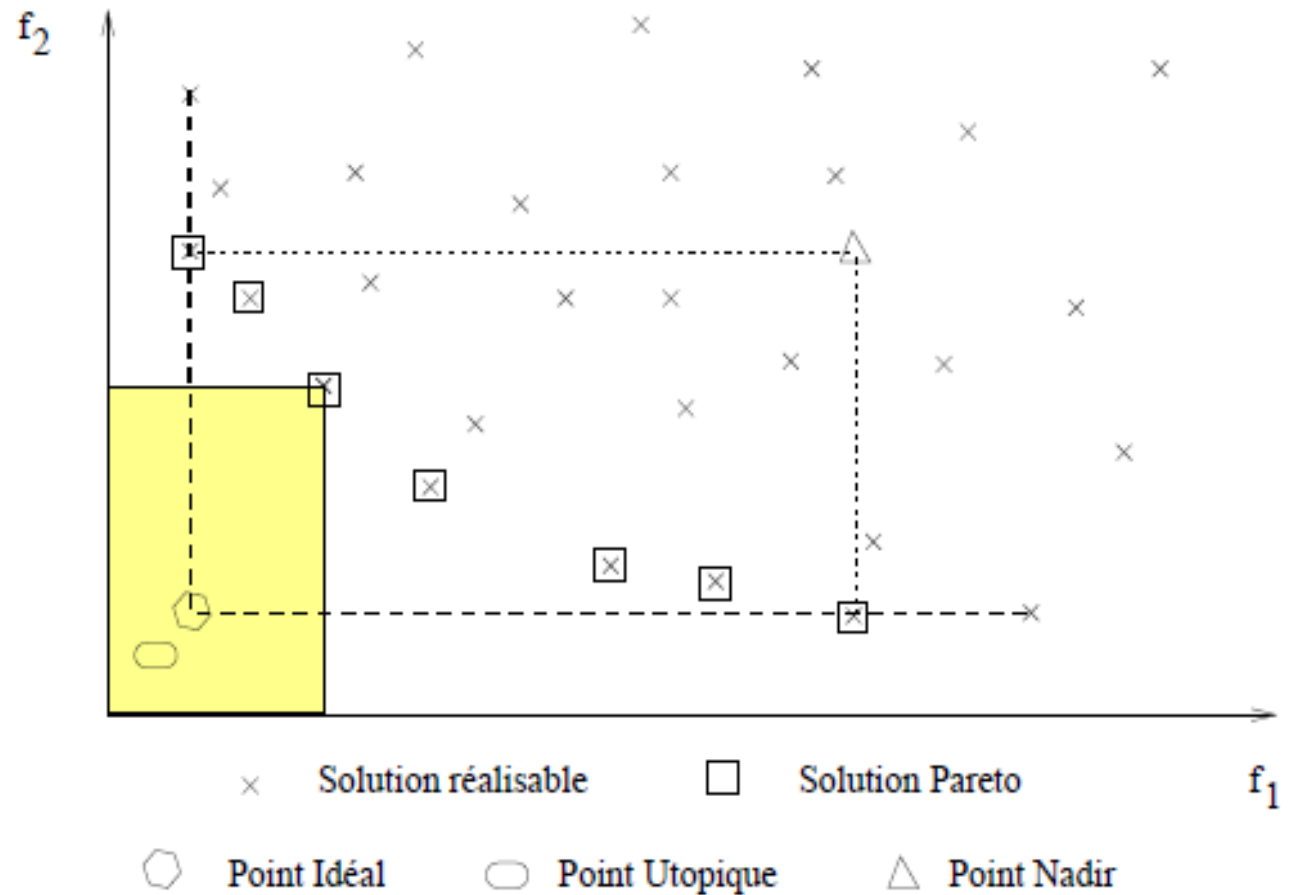


Introduction à la MOO

Front de Pareto (2/2)

■ Points remarquables

- Point idéal
- Point utopique
- Points de Pareto
- Solutions réalisables
- Point Nadir

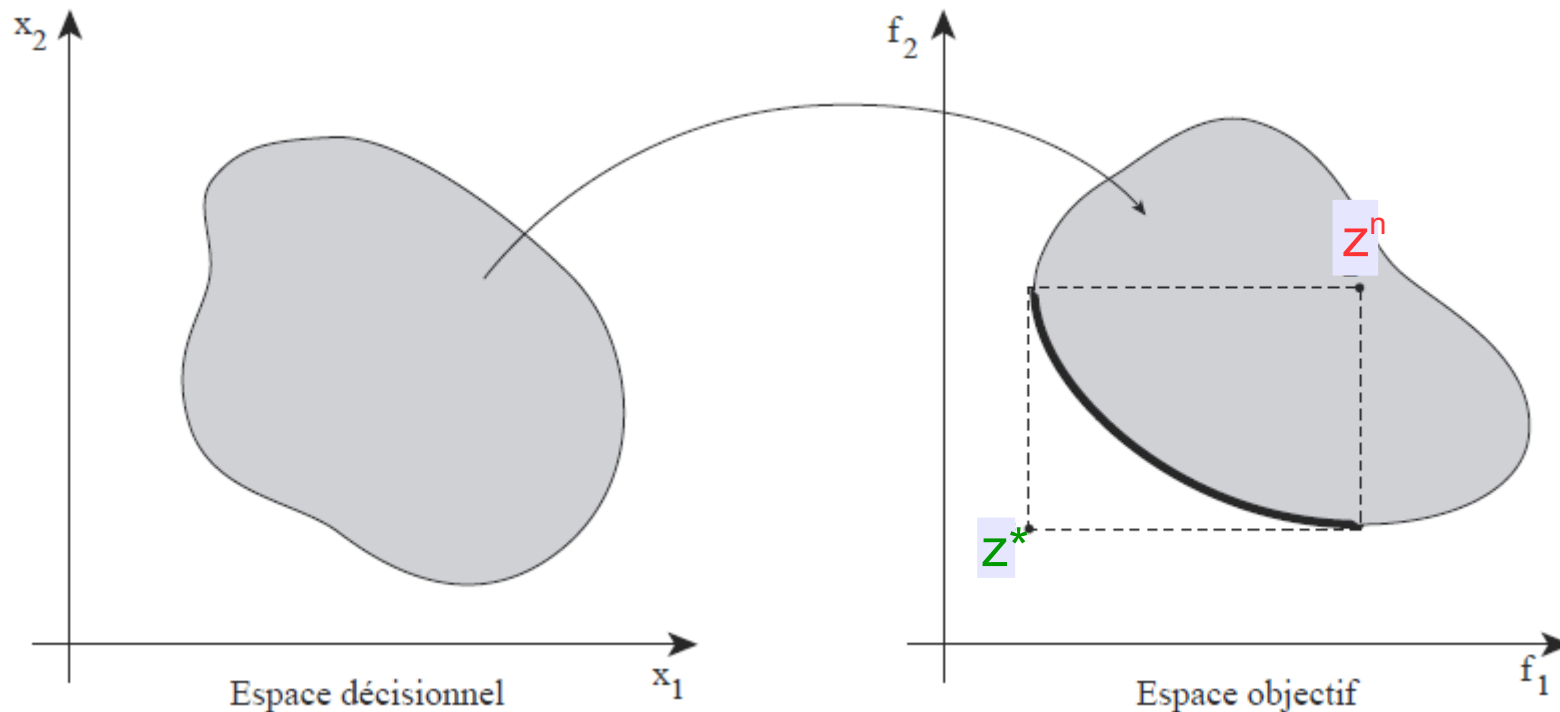


- Bornes pas forcément calculables



Qualité des solutions propriétés

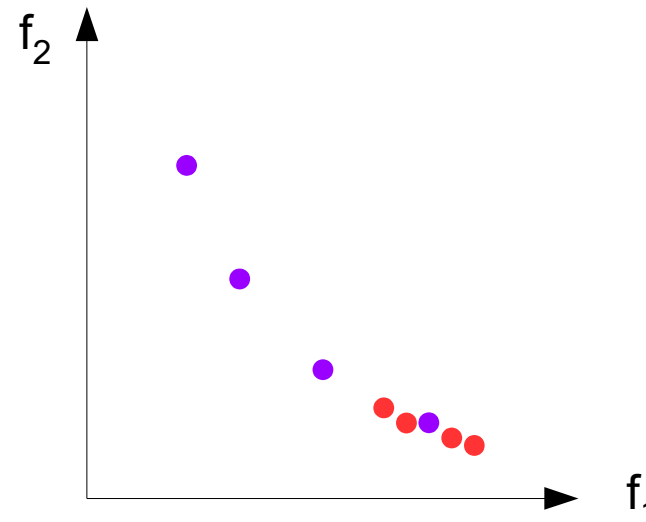
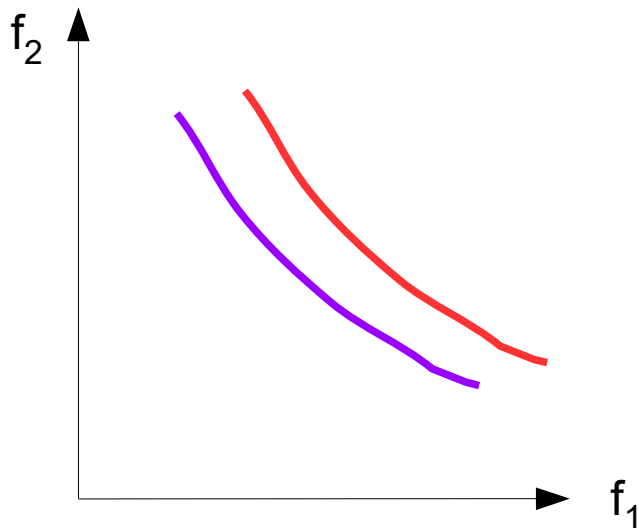
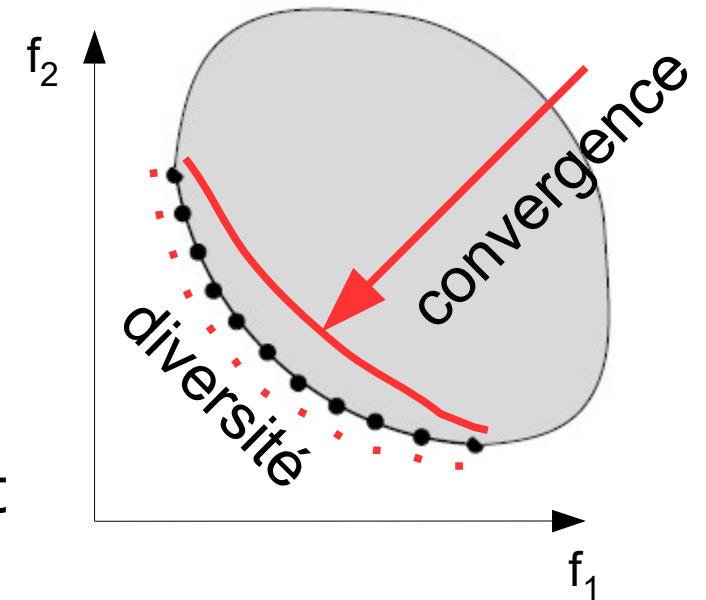
- Rappel : points de référence z^n (point Nadir) et z^* (point idéal) dans l'espace objectif
 - Bornes, pas forcément connues ou calculables





Qualité des solutions mesures comparatives

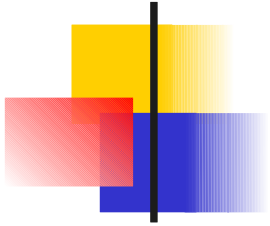
- Convergence
 - s'approcher du front de Pareto
- Diversité
 - Garantir la répartition
 - Obtenir un nombre de solutions suffisant





Qualité des solutions mesures comparatives

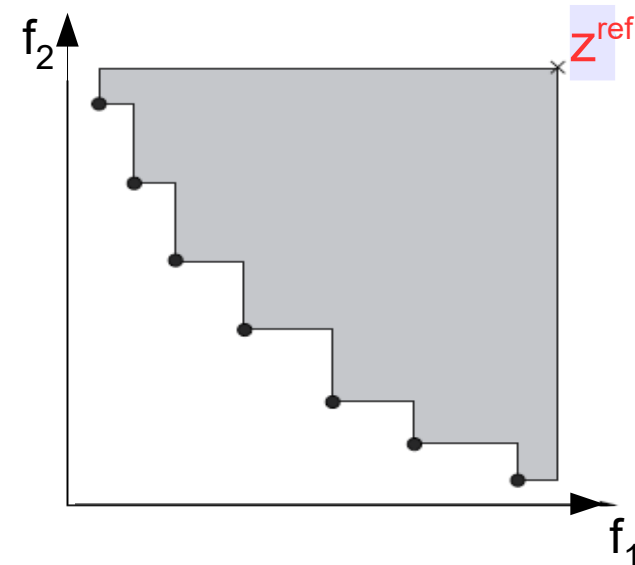
- Indicateur I Pareto-conforme ou non
 - Si tous les éléments d'un ensemble A sont dominés (ou égaux) par un élément d'un ensemble B, I(B) meilleur que I(A)
 - GD (distance au front P) non conforme
 - H (surface de Lebesgue, hypervolume) conforme
- Comparaison au vrai front de Pareto (mesure unaire) ou entre fronts (mesure binaire)
 - Ex : ER (**ratio d'erreurs**) d'un front F par rapport au front réel P
$$\frac{|\{ f \in F \text{ t.q } f \notin P \}|}{|P|}$$



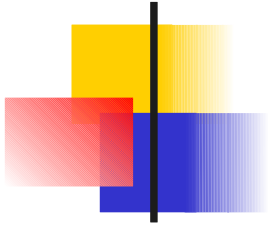
Qualité des solutions mesures comparatives

- Mesure unitaire Pareto conforme
ex : **hyper volume**

- Par rapport à un point de référence
- Normalisation des fcts objectives



- z^{ref} obtenu comme étant le point Nadir de l'ensemble des essais/algorithmes à comparer



Qualité des solutions mesures comparatives

- **Distance générationnelle GD**
unitaire non Pareto conforme
 - Par rapport au front de Pareto
 - Distance moyenne pour chaque point i de F au point le plus proche dans P ($p = \#fcts\ obj.$)

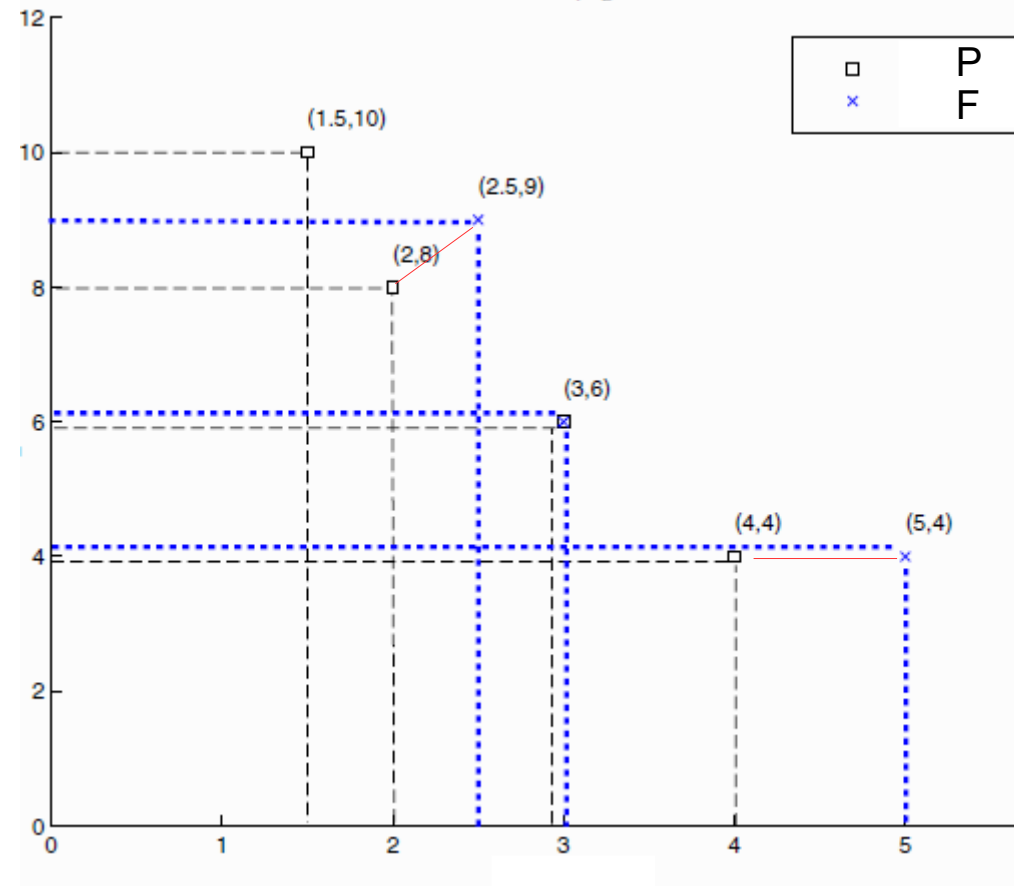
$$GD \triangleq \frac{(\sum_{i=1}^n d_i^p)^{1/p}}{|P|}$$

ex :

$$d_1 = \sqrt{(2.5 - 2)^2 + (9 - 8)^2},$$

$$d_2 = \sqrt{(3 - 3)^2 + (6 - 6)^2},$$

$$d_3 = \sqrt{(5 - 4)^2 + (4 - 4)^2},$$



$$GD = \sqrt{1.118^2 + 0^2 + 1^2} / 3 = 0.5$$



Qualité des solutions mesures comparatives

- **Distance générationnelle inverse** IGD
toujours par rapport au front de Pareto
 - Moyenne des distances pour chaque point i de P^* au point le plus proche dans A

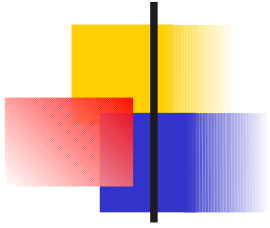
$$IGD(A, P^*) = \frac{\sum_{v \in P^*} d(v, A)}{|P^*|}$$



Qualité des solutions mesures comparatives

- Problème de la mise à l'échelle
 - Si normalisation mal faite
 - Privilégier implicitement un objectif
- Ex : conversion kilos → tonnes pour un objectif → dominance inversée

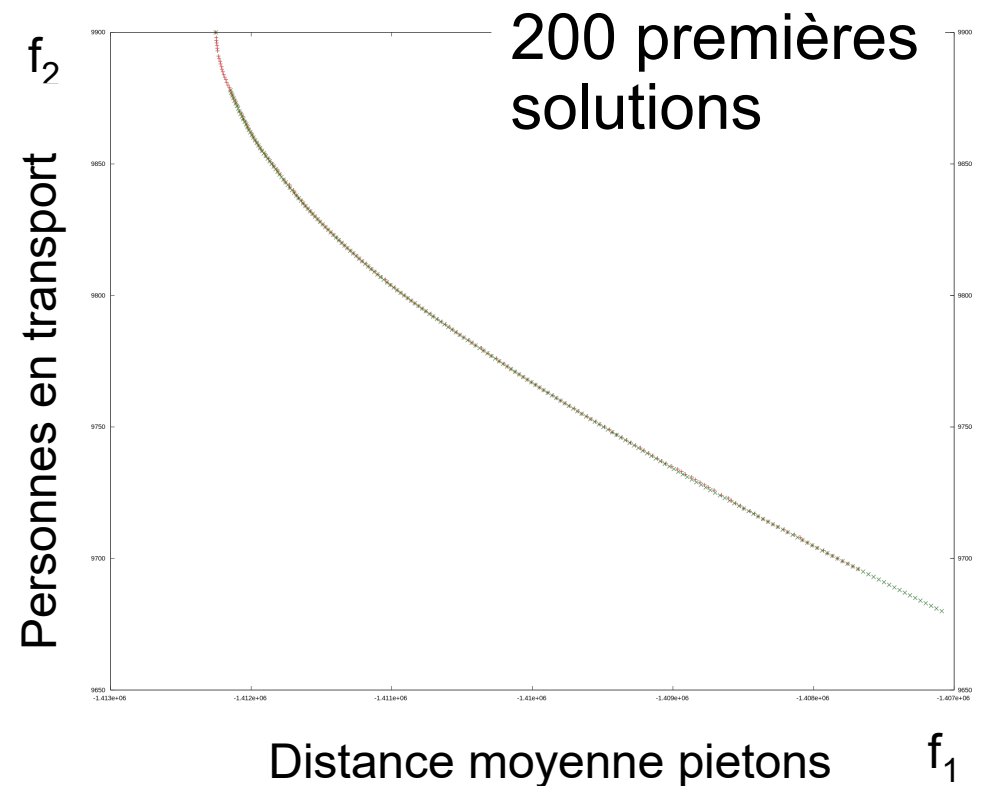
	f_1	f_2		$80\%f_1 + 20\%f_2$		Rang	
	Coût	Déchets		Somme			
a	100 000	5000	5 000 000	81 000	1 080 000	3	1
b	80 000	10000	10 000 000	66 000	2 064 000	2	2
c	40 000	20000	20 000 000	36 000	4 032 000	1	3



Introduction à la MOO

Algorithmes MOO

- Résolution **exacte**
 - Sur formulation IP (MOIP)
 - Méthode 2 phases
 - Méthode basée sur les ε -Contraintes
- Souvent limité
 - IP \rightarrow NP-complet
 - MOIP \rightarrow nombreux sous problèmes IP à résoudre
 - Ex : p-median MOO





Introduction à la MOO

Algorithmes MOO

- Résolution **approchée (ou partielle)**
 - Avec une technique mono-objectif
 - Agrégation
 - ε -Contraintes
 - But à atteindre
 - Méthodes non Pareto
 - VEGA : traitement indépendant des objectifs
 - Méthode lexicographique
 - Méthodes évolutionnaires MOO
 - Mono solutions (PESA, MOSA, PAES)
 - Populations (MOGA, NPGA 1994, NSGA-II 2002, ...)
 - Méthodes basées sur les indicateurs (SMS-EMOA)



Techniques SOO pour MOO

agrégation (pondération des objectifs)

- $\min f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$

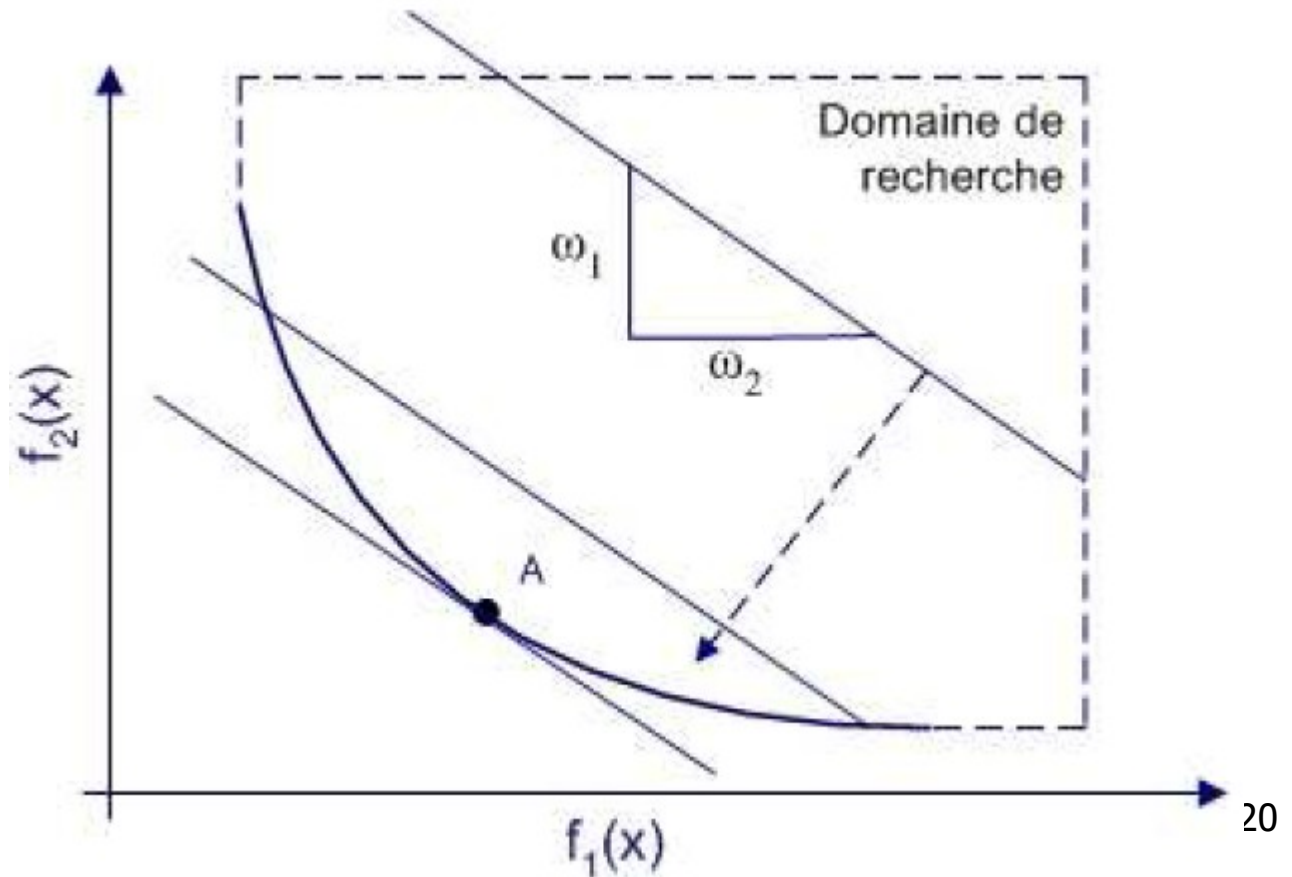
$$\min f'(x) = \omega_1 \cdot f_1(x) + \omega_2 \cdot f_2(x) + \dots + \omega_n \cdot f_n(x)$$

Combiner les objectifs

avec

$$\omega_1 + \dots + \omega_n = 1$$

- Si espace convexe :
point optimum A
à la tangente
de la droite de
pente $-\omega_1 / \omega_2$

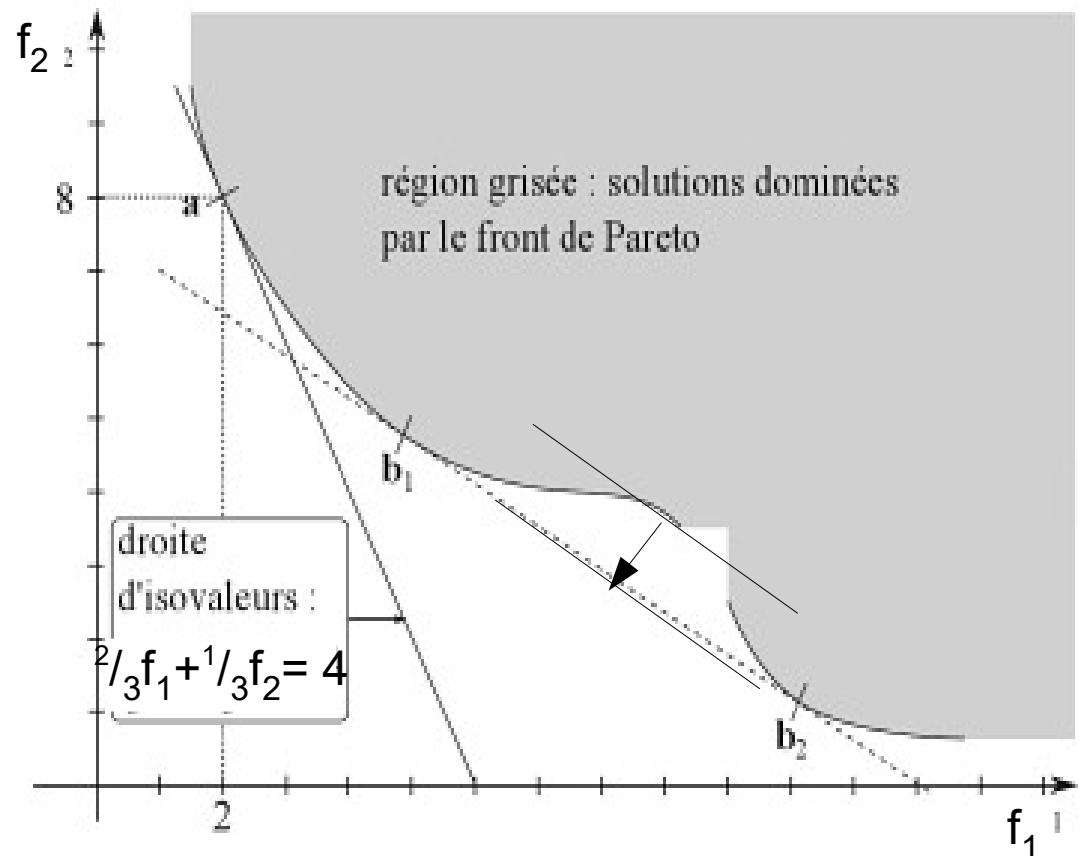


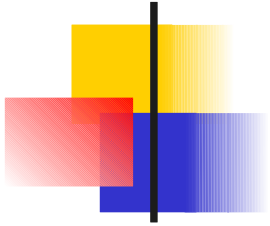


Techniques SOO pour MOO

agrégation (pondération des objectifs)

- Problème pour les fronts non convexes
 - Pas de combinaison ω_i possible pour certains points du front de Pareto soit le minimum pour f (*solutions non supportées*)
 - pour n'importe quelle droite essayant de passer par un des points entre b_1 et b_2 , on peut encore la décaler pour avoir mieux





Techniques SOO pour MOO

ε -contraintes (compromis)

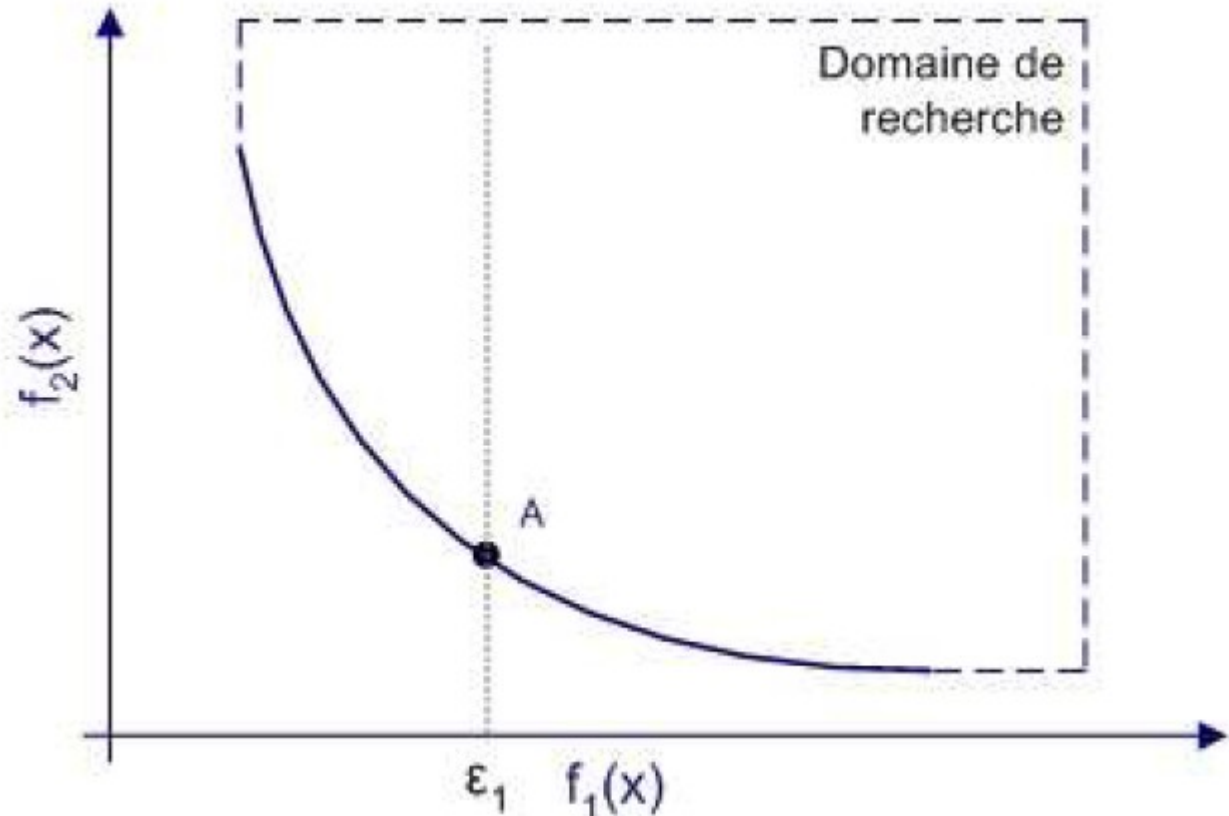
- $\min f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$

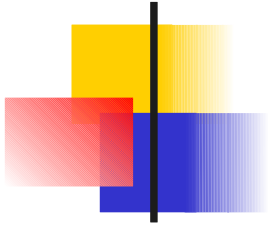
Choisir 1 objectif j
Contraintes pour les autres

$$\begin{cases} \min f_j(x) \\ f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad \forall i \neq j \end{cases}$$

avec j et les ε_i
choisis par l'utilisateur

- Si espace convexe :
point optimum A
à l'intersection du front
et de la droite $f_1 = \varepsilon_1$

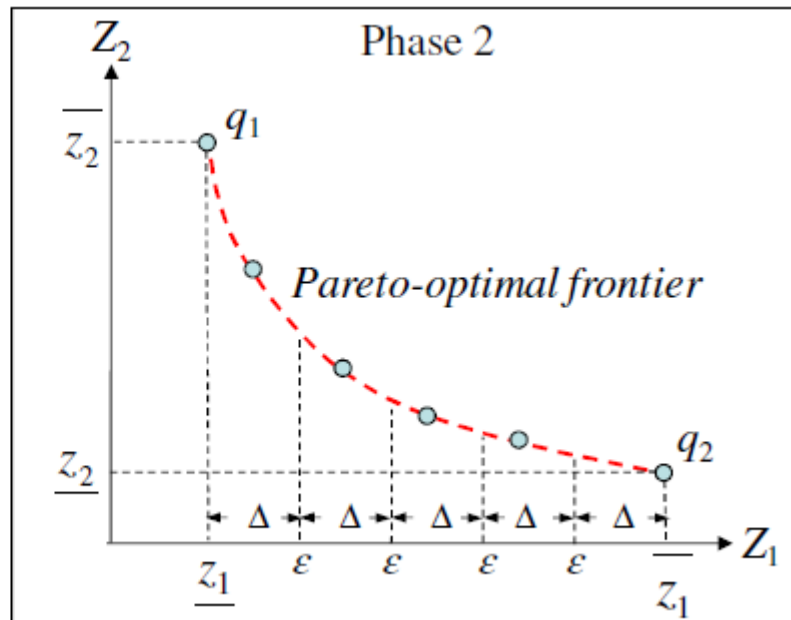
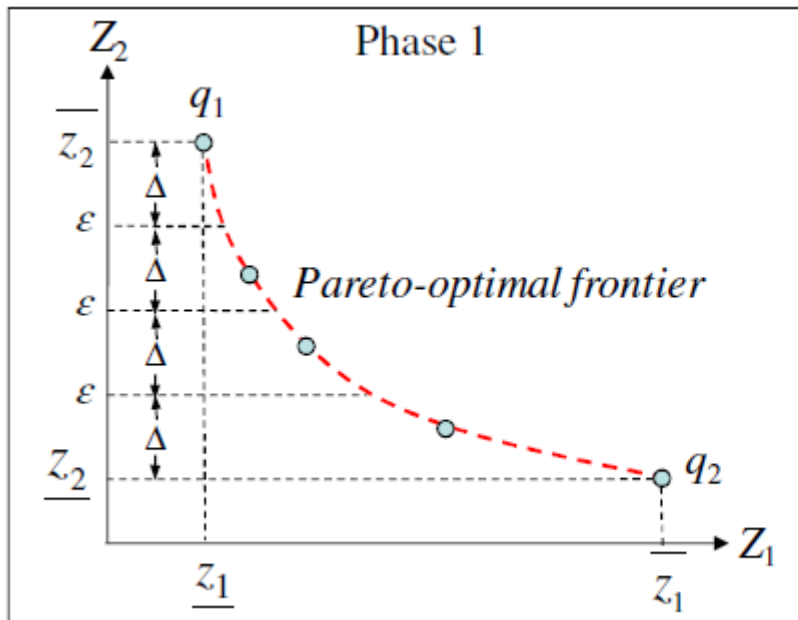




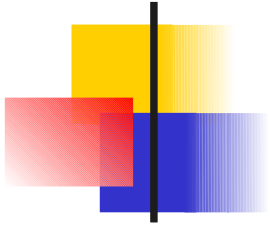
Techniques SOO pour MOO

ε -contraintes (compromis)

- Exemple de génération de $\varepsilon \rightarrow$ algorithme 2 phases :
 - Calcul des extrema $[\underline{z}_1 .. \bar{z}_1]$ et $[\underline{z}_2 .. \bar{z}_2]$
[en enlevant la seconde fonction objective]
 - Choix d'un intervalle de largeur Δ sur f_1 pour obtenir s points du front de Pareto
[en ajoutant des contraintes d'intervalles]



E.C Arroyo 2010



Techniques SOO pour MOO

But à atteindre

- $\min f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$

$$\min f'(x) = |f_1(x) - T_1| + |f_2(x) - T_2| + \dots + |f_n(x) - T_n|$$

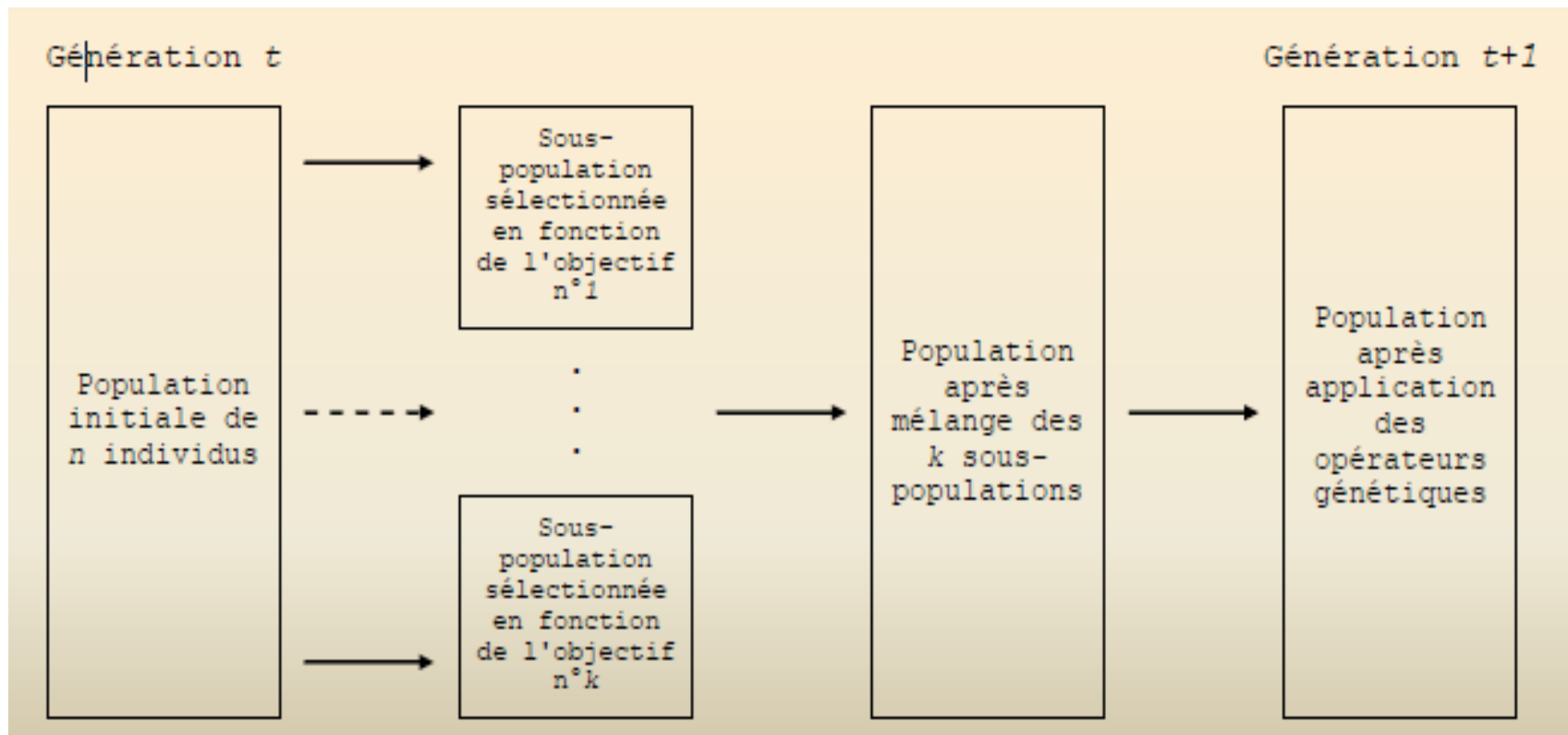
- T_1, T_2, T_n valeurs à atteindre pour chaque objectif
- On peut aussi pondérer chacun des objectifs (cf agrégation)



MOEA non Pareto

VEGA

- Vector Evaluated GA : ne base pas la sélection sur la dominance
- La seule différence avec un algorithme génétique est la manière dont s'effectue la **sélection**, n individus et k objectifs

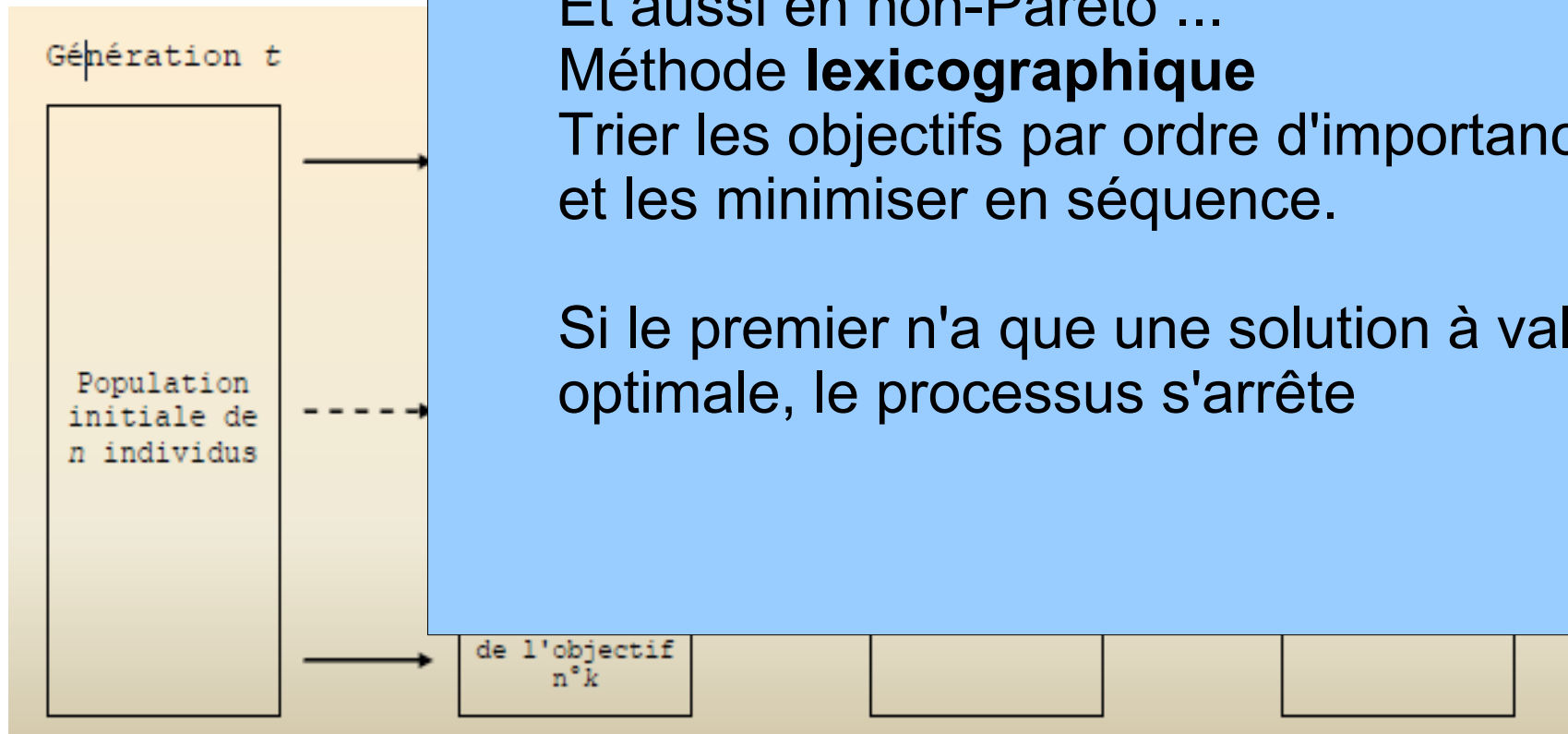




MOEA non Pareto

VEGA

- Vector Evaluated Genetic Algorithm
- La seule différence s'effectue la **sélection**



Et aussi en non-Pareto ...

Méthode **lexicographique**

Trier les objectifs par ordre d'importance et les minimiser en séquence.

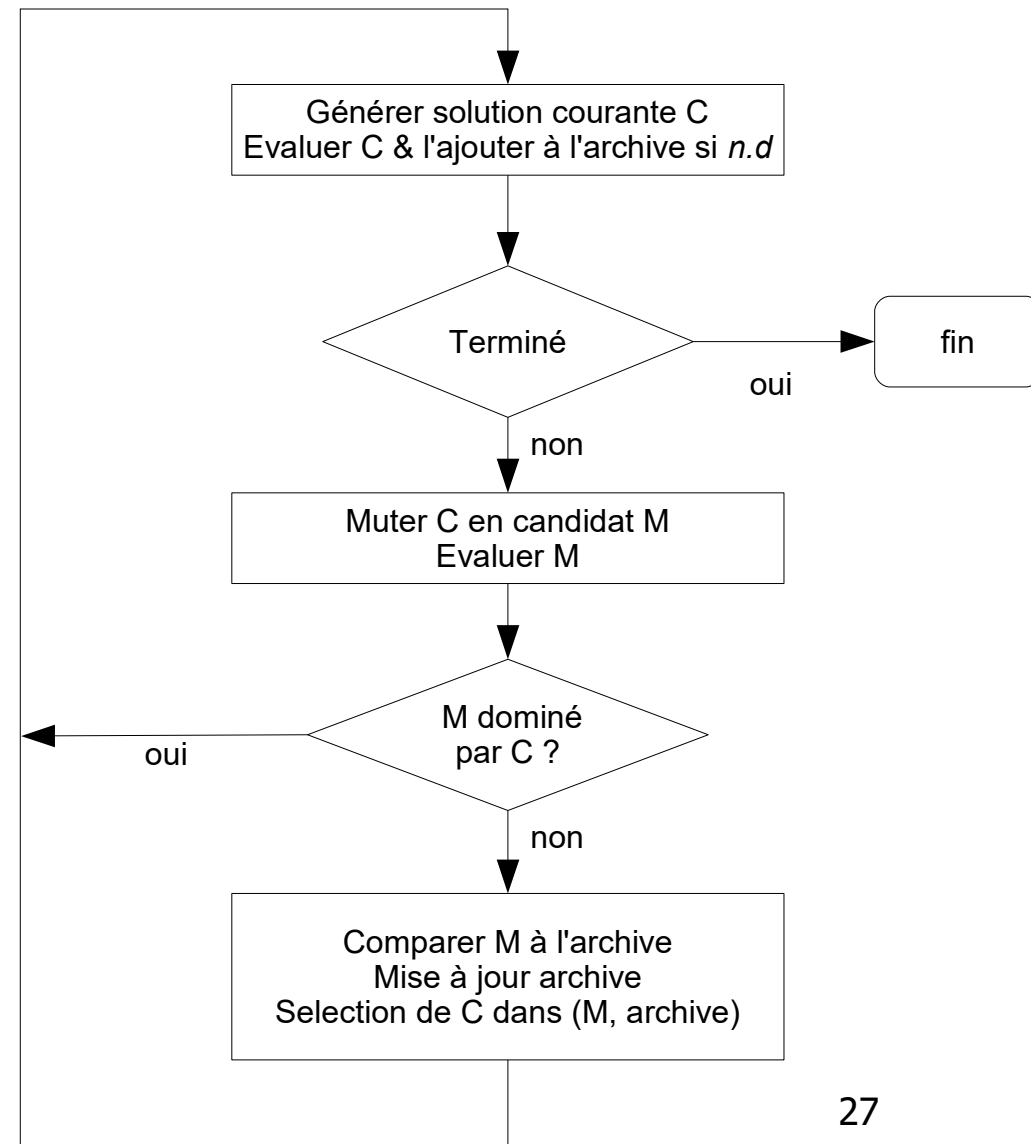
Si le premier n'a que une solution à valeur optimale, le processus s'arrête



MOEA à dominance 1 → 1

Pareto Archived Evolution Strategy

- Evolution d'un individu par mutation
 - Archive de taille fixe pour stocker les non-dominés les nouveaux individus sont confrontés à ceux dans l'archive
 - Division de l'espace des solutions en grille :
si archive pleine alors élimination d'un individu en zone dense

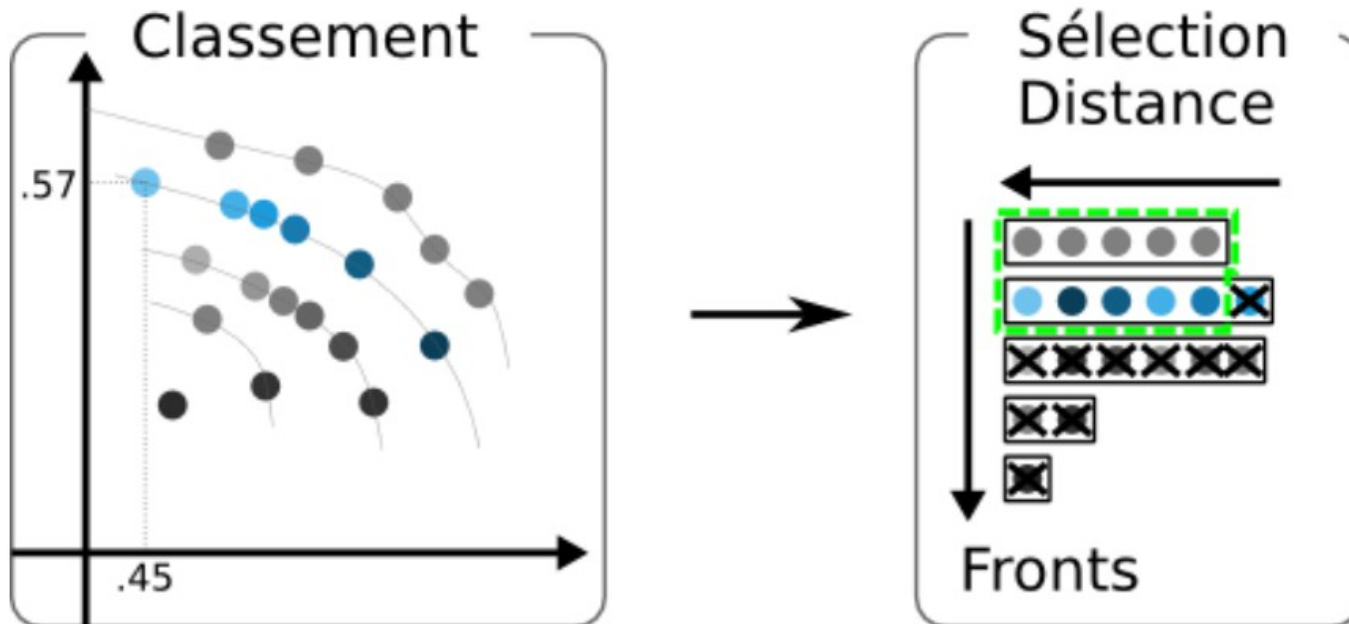




MOEA à dominance avec population

NSGA-II

- Reproduction élitiste
 - Les fronts dominants d'abord
 - Les individus les plus isolés sur chaque front

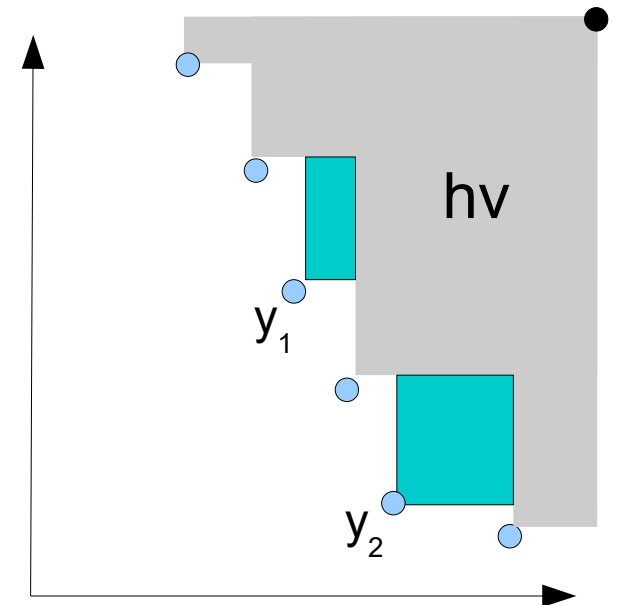
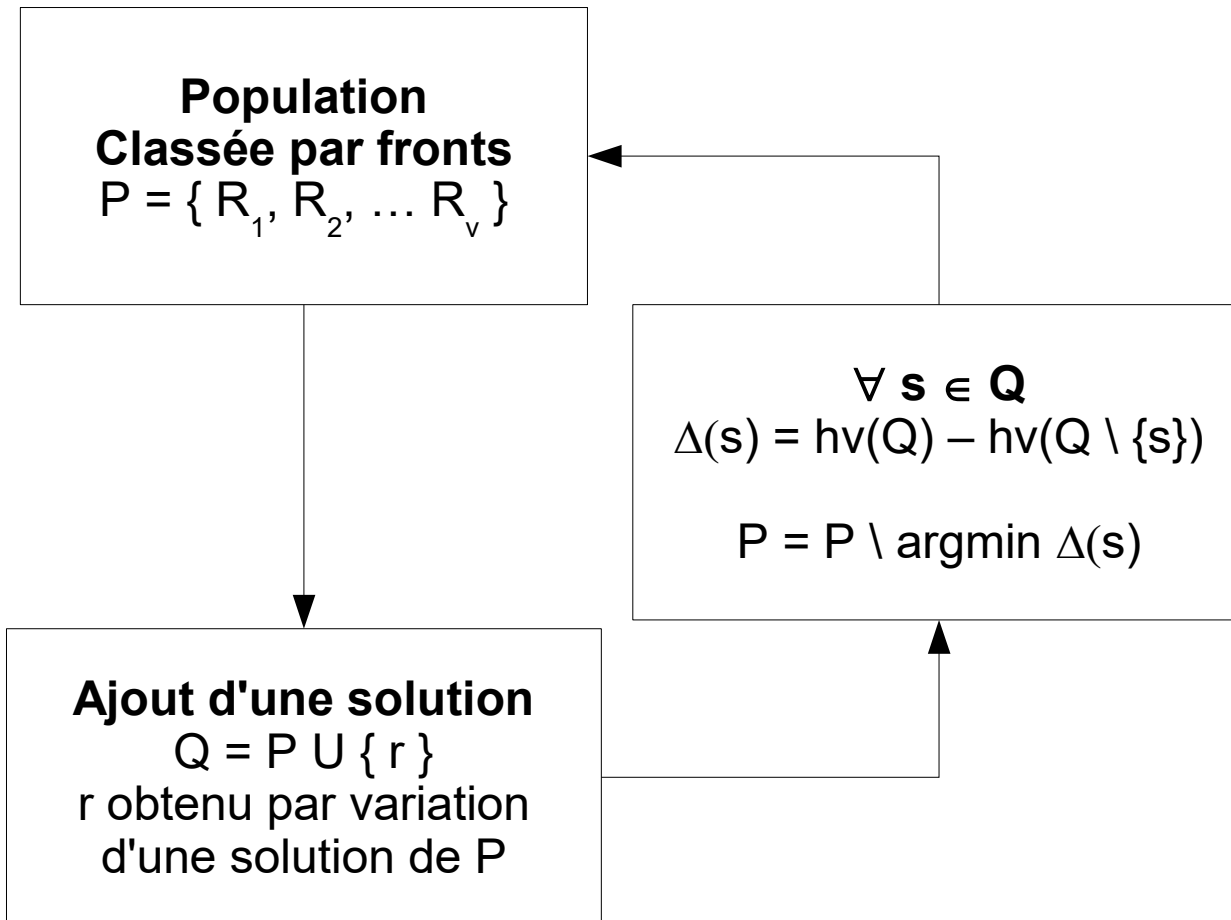


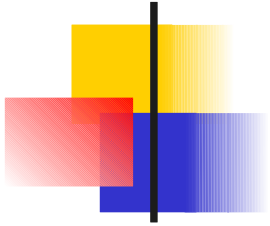


MOEA sur indicateur avec population

SMS-EMOA

- La qualité de l'hypervolume produit si on accepte une solution guide la recherche
 - On enlève s_1 ou s_2 ?



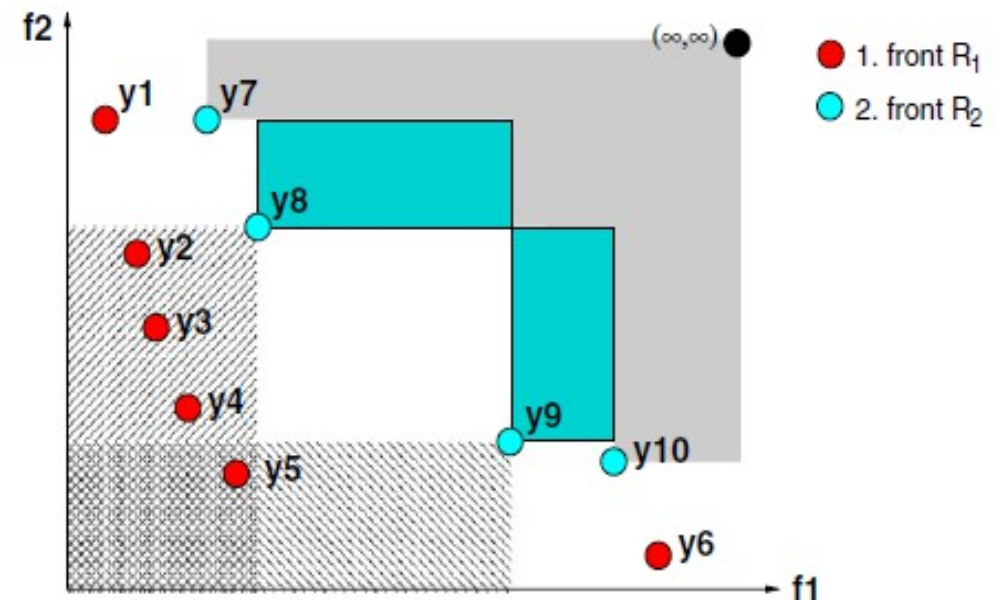


MOEA sur indicateur avec population

SMS-EMOA

- La qualité de l'hypervolume produit si on accepte une solution guide la recherche
 - Classement par front comme avec NSGA-2
 - Si plusieurs fronts, on enlève un point du dernier front
 - Calcul d'hv coûteux → retrait basé sur le nombre de points dominants

s_9 contribue moins que s_8
au hv, mais est dominé par
moins de points
→ retrait de s_8



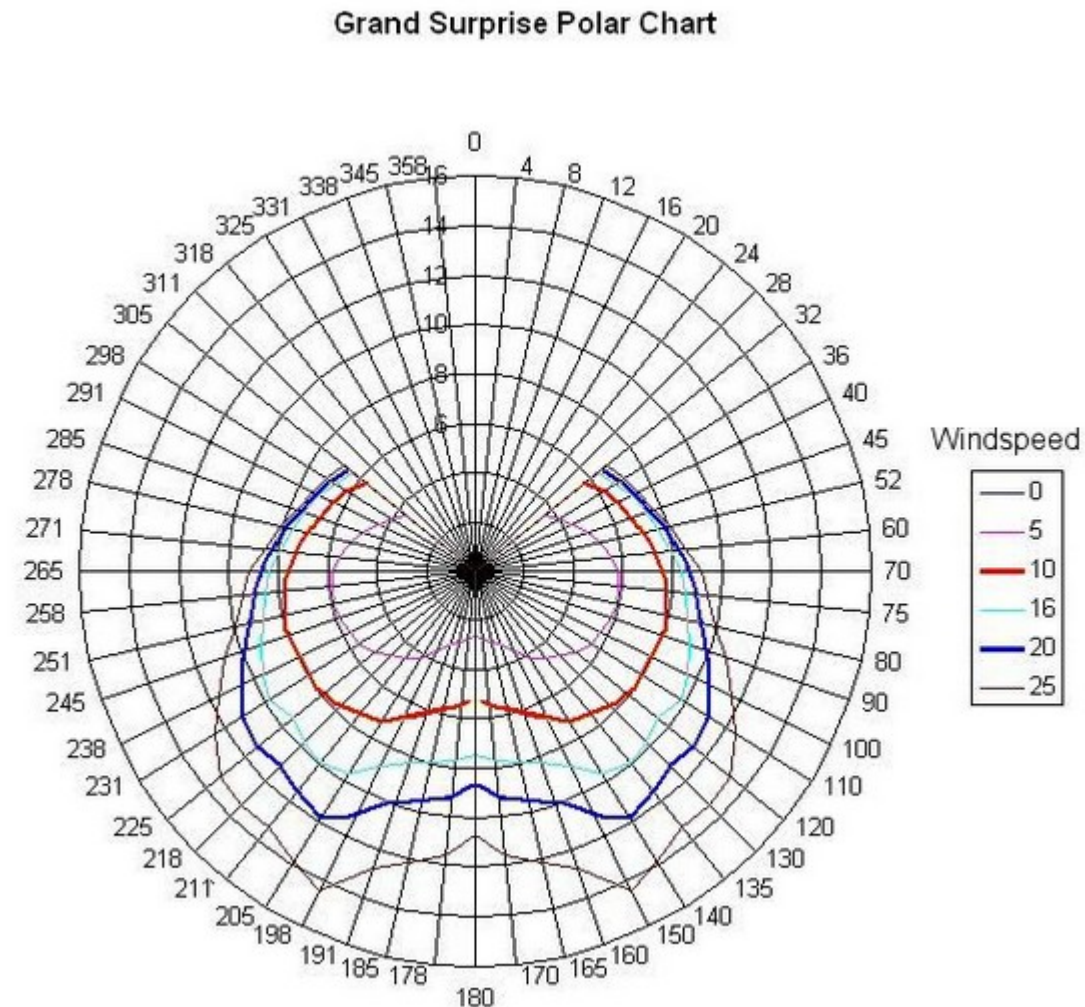
Applications

Routage de bateau

- Trouver la meilleure route pour un bateau
 - Vitesse du bateau en fonction de
 - L'angle au vent
 - La force du vent

- La météo :

force et direction du vent au temps t





Applications

Routage de bateau

- Trouver la meilleure route pour un bateau de course à la voile

- Vitesse du bateau en fonction de

- L'angle au vent
- La force du vent

- La météo :

force et direction du vent au temps t





Routage

Calcul d'isochrones

- Principe

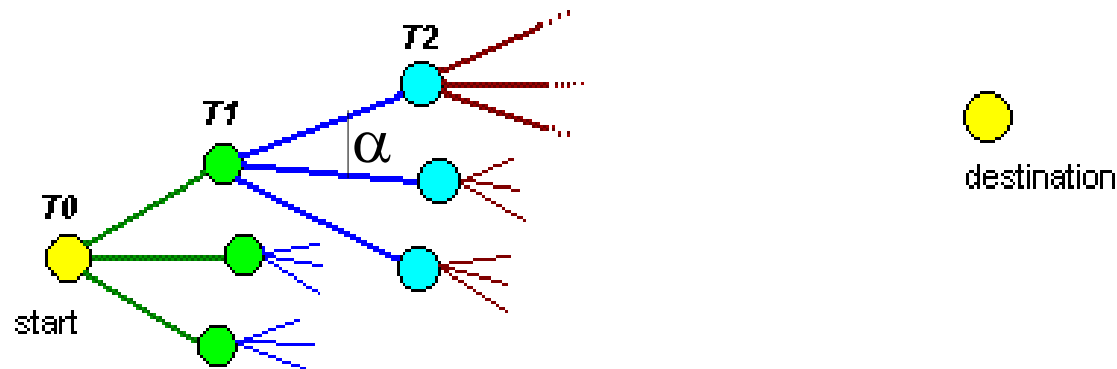
- A partir d'un point (x, y, t) , calculer tous les points atteignables au temps $t + \Delta t$
- Suivant chaque direction possible (pas d'angle $\Delta\alpha$)

$$\forall \text{boatDir} = k.\Delta\alpha$$

$$(\text{windDir}, \text{winSpeed}) = \text{weather}(x, y, t)$$

$$\text{boatSpeed} = \text{polar}(\text{windSpeed}, \text{windDir}, \text{boatDir})$$

$$(x', y', t' = t + \Delta t) = \text{addVector}(xy, \text{boatDir}, \text{boatSpeed} * \Delta t)$$

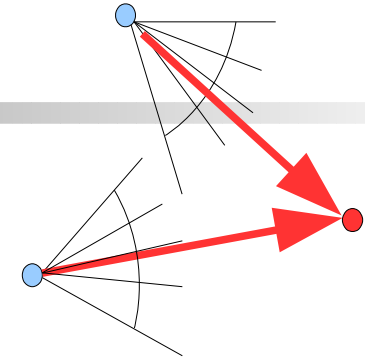




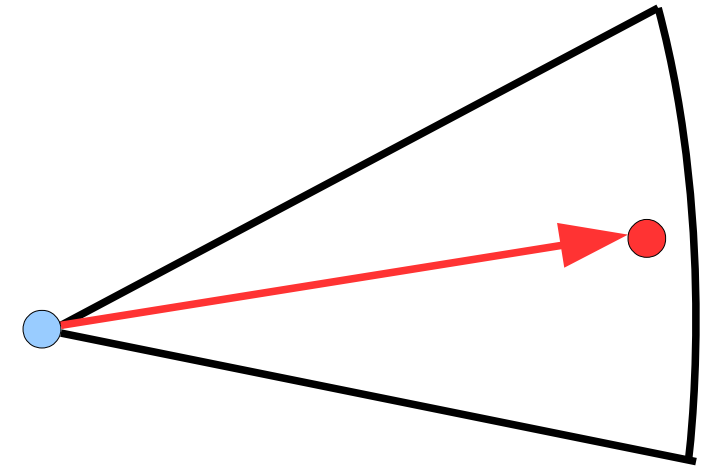
Routage

Calcul d'isochrones

- Coupes dans l'arbre de recherche
 - Angles admissibles à partir de chaque point



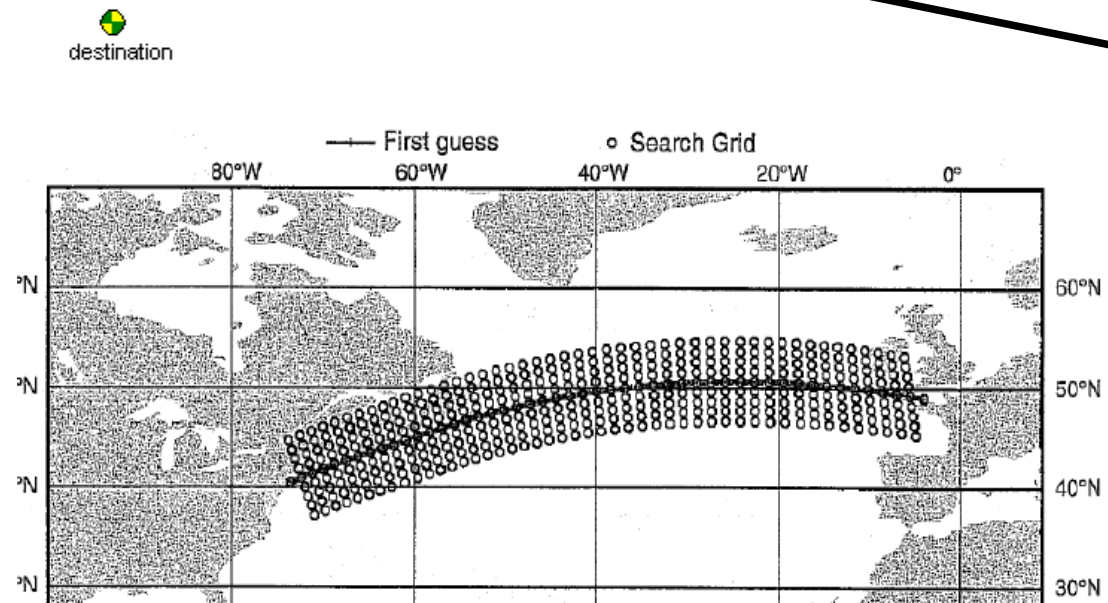
- Zone géographique admissible

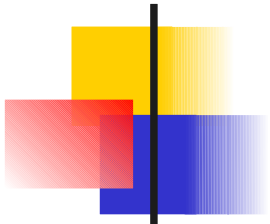


- Sillage



- Découpage en grille (ϵ -voisinage)
 - Prog. dynamique



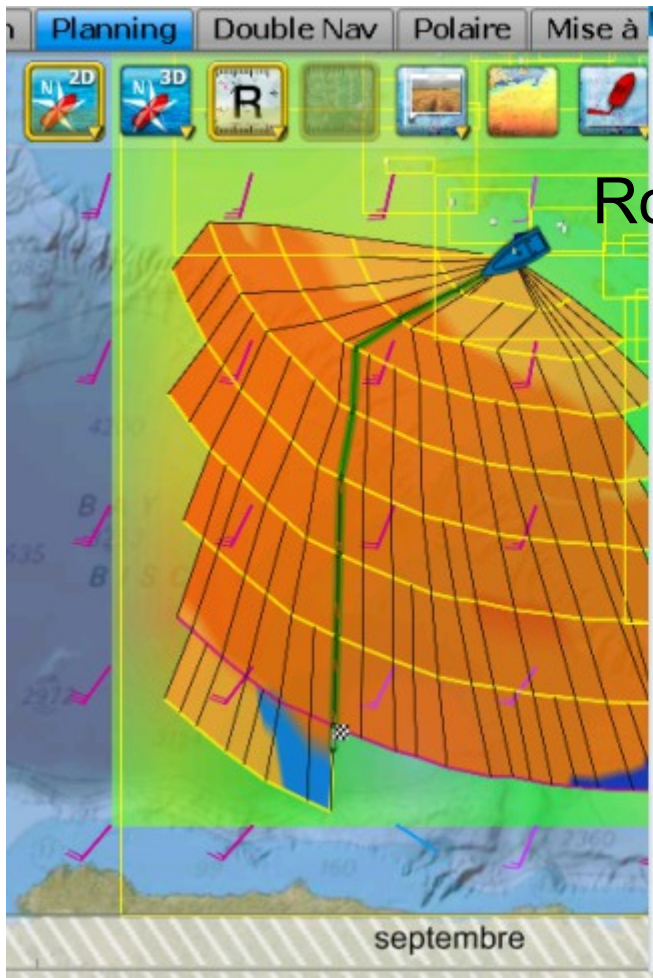


Routage exemple

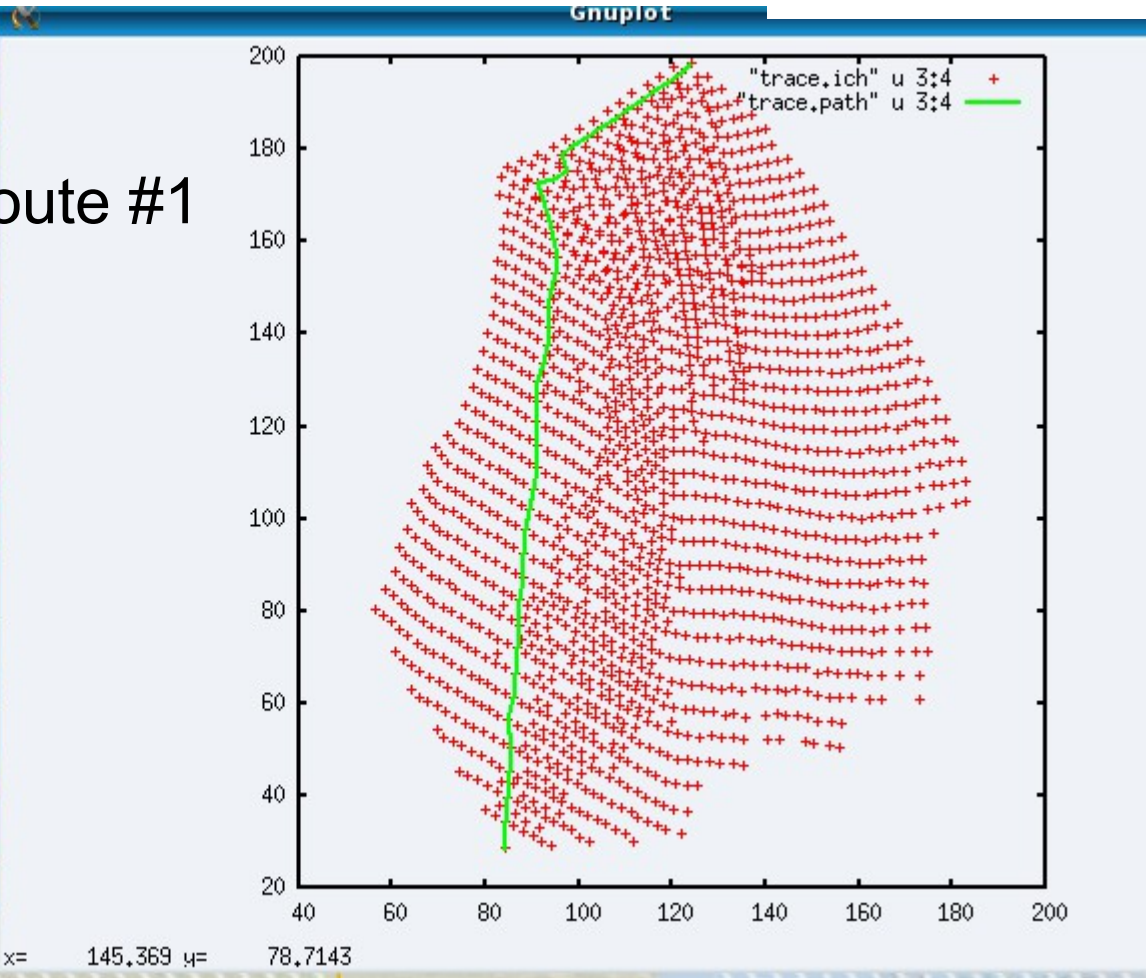
TABLE I
RESULTS FOR 6 ROUTES

route	time to destination	
	MaxSea	IsoLolo
#1	1j03h00	0j21h44
#2	0j20h52	0j18h36
#3	1j14h40	1j13h10
#4	1j01h52	1j00h43
#5	1j06h45	1j07h22
#6	0j18h53	0j18h28

- Comparaison avec Maxsea
 - $\Delta t = 3h$, polaire Grand Surprise, temps 6h



Route #1





Routage

Front de Pareto

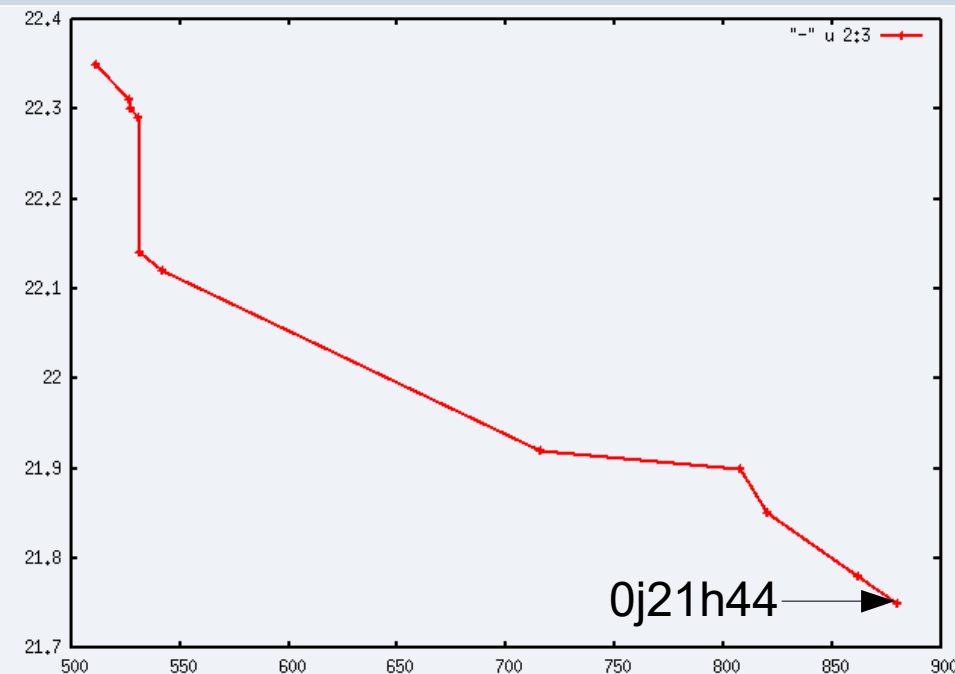
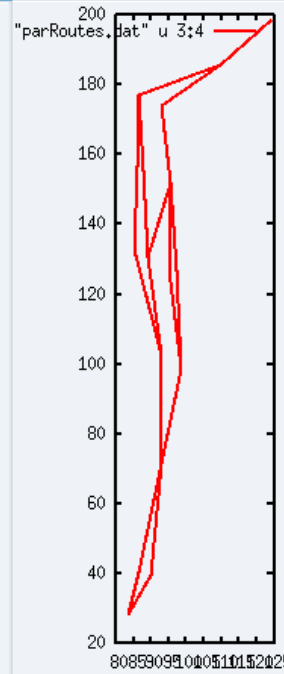
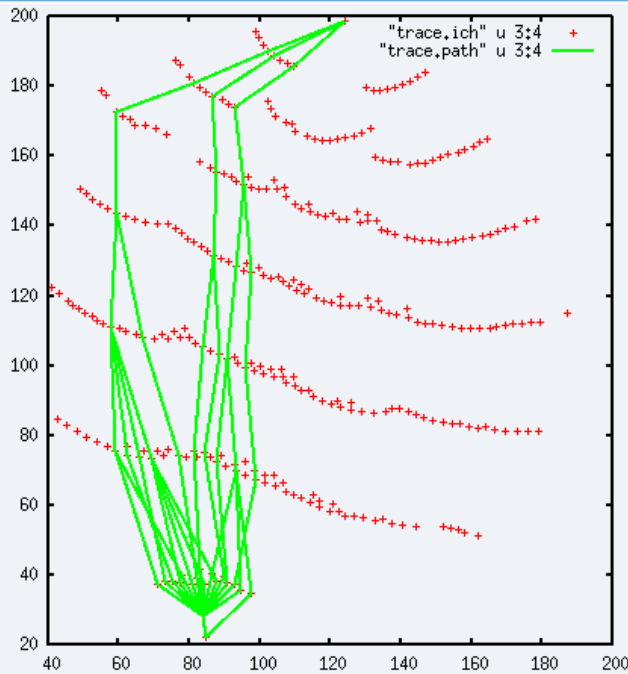
TABLE I
RESULTS FOR 6 ROUTES

route	time to destination	
	MaxSea	IsoLolo
#1	1j03h00	0j21h44
#2	0j20h52	0j18h36
#3	1j14h40	1j13h10
#4	1j01h52	1j00h43
#5	1j06h45	1j07h22
#6	0j18h53	0j18h28

■ Compromis temps de parcours \leftrightarrow distance parcourue

■ $\Delta t = 3h$, polaire Grand Surprise, temps 6h

■ (1) Isochrone \rightarrow (2) graphe de routes compatibles \rightarrow (3) front de Pareto



- Ordonnancement temps-réel
 - Ensemble de fonctions à exécuter $U F_i = (C_i, T_i, D_i)$
 - C_i : temps max d'execution (WCET)
 - T_i : période d'activation
 - D_i : deadline
 - Implantées en tâches $U A_i$

Règles de composition

si $A_k = \{F_i, F_j\}$

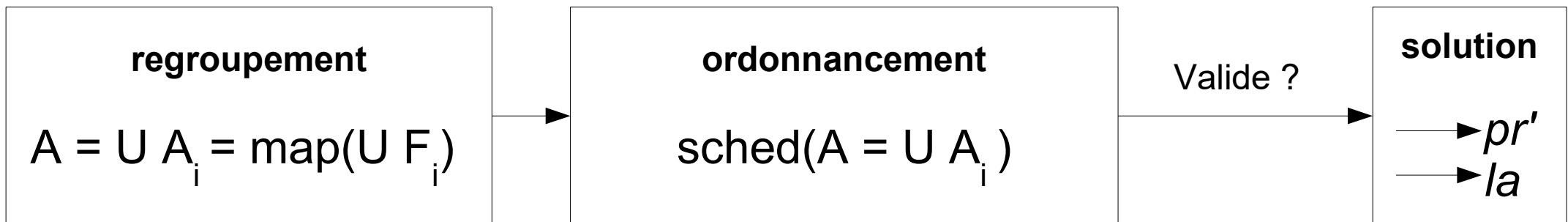
$(C_k, T_k, D_k) = (C_i, T_i, D_i) o (C_j, T_j, D_j)$



Applications

Groupement de fonctions en taches OS temps réel

- Optimisation lors de l'ordonnancement
- Prémemption pr : interruption d'une tâche pour en exécuter une autre, plus prioritaire
→ à minimiser
- Laxité la : temps entre la fin de l'exécution d'une tâche et sa deadline ($D_i - C_i$)
→ à maximiser (minimisation $pr' = borneMax - pr$)

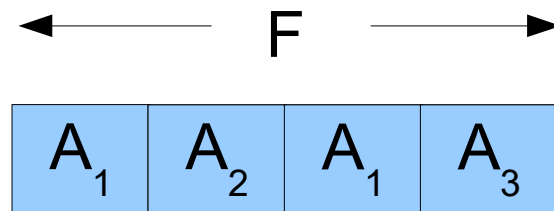


Groupement de fonctions en tâches OS temps réel

codage

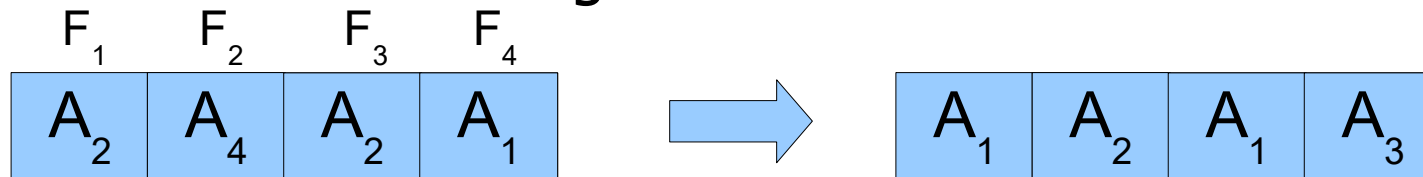
- Avec PAES : représentation par **chromosome** des sols.

- Codage



$\text{sol}[i] = j$
si fonction F_i dans tâche A_j

- Uniformisation du codage : éviter les redondances



F_1 toujours affectée à T_1

F_2 à T_2 , sauf si groupée avec F_1 dans T_1

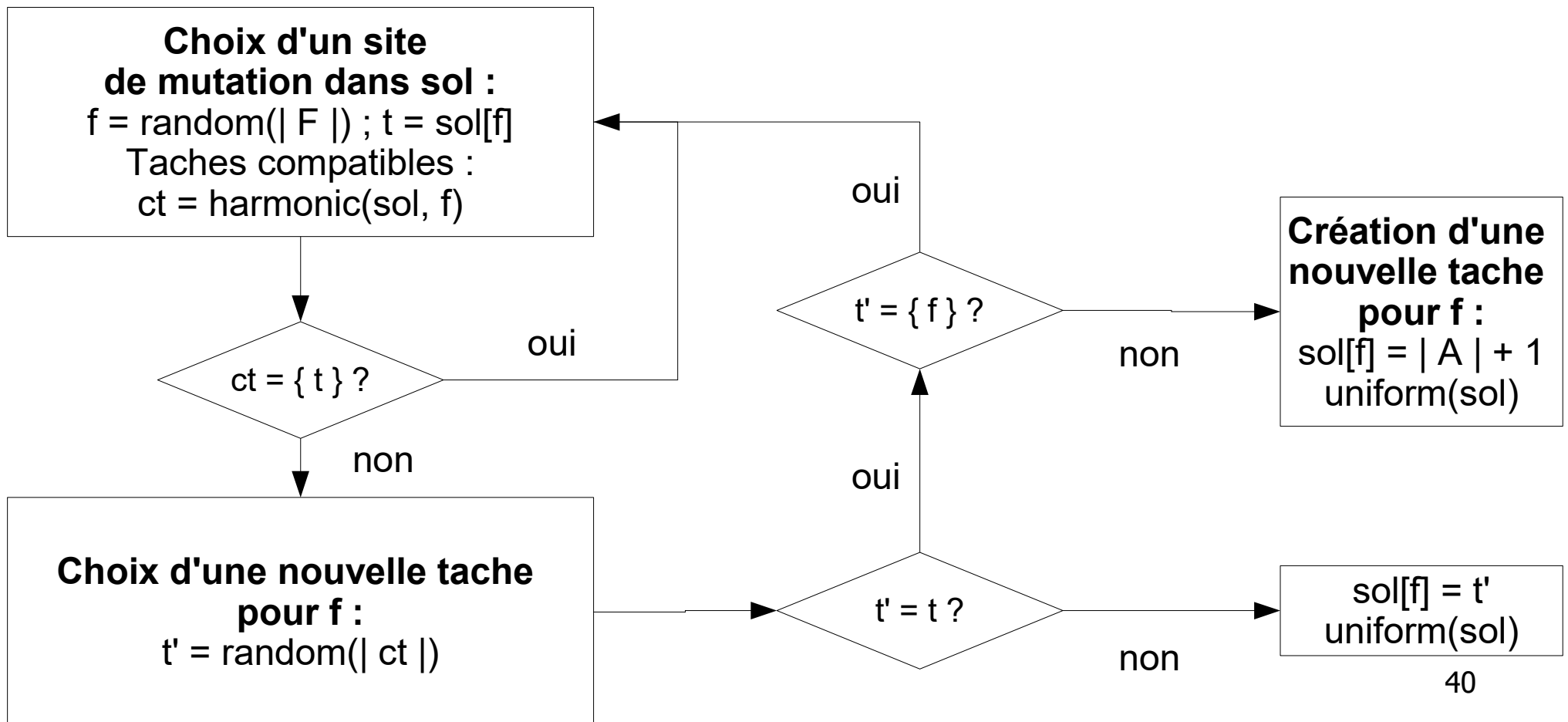
F_3 à T_3 sauf si dans T_1 ou T_2

...

Groupement de fonctions en taches OS temps réel

mutation

- Doit respecter la compatibilité entre taches/fonctions, qui doivent être harmoniques



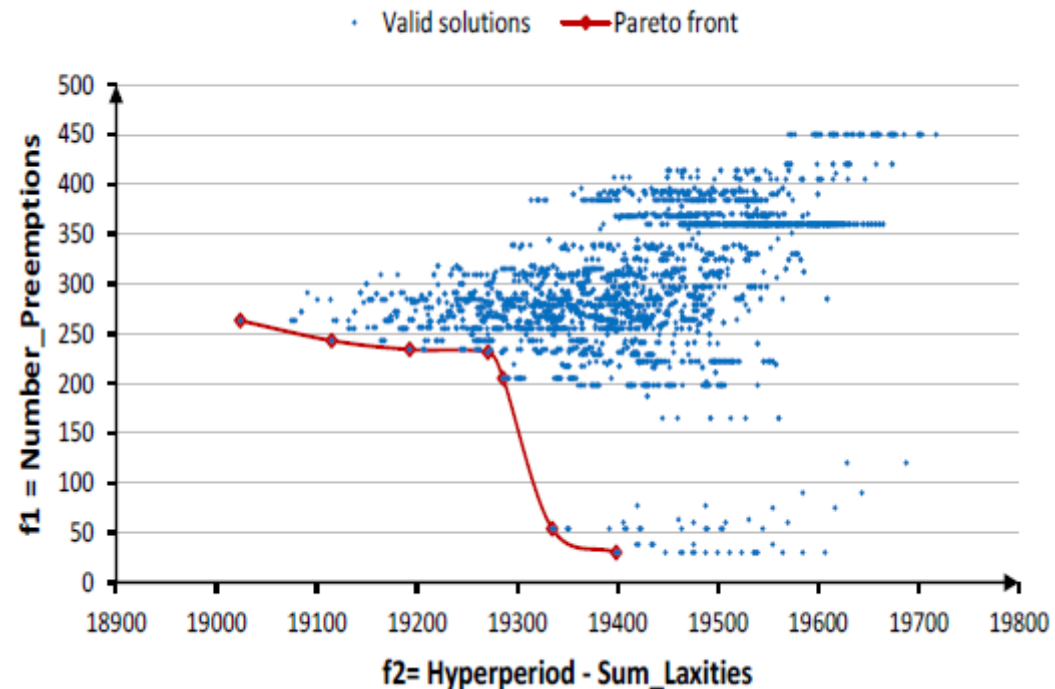
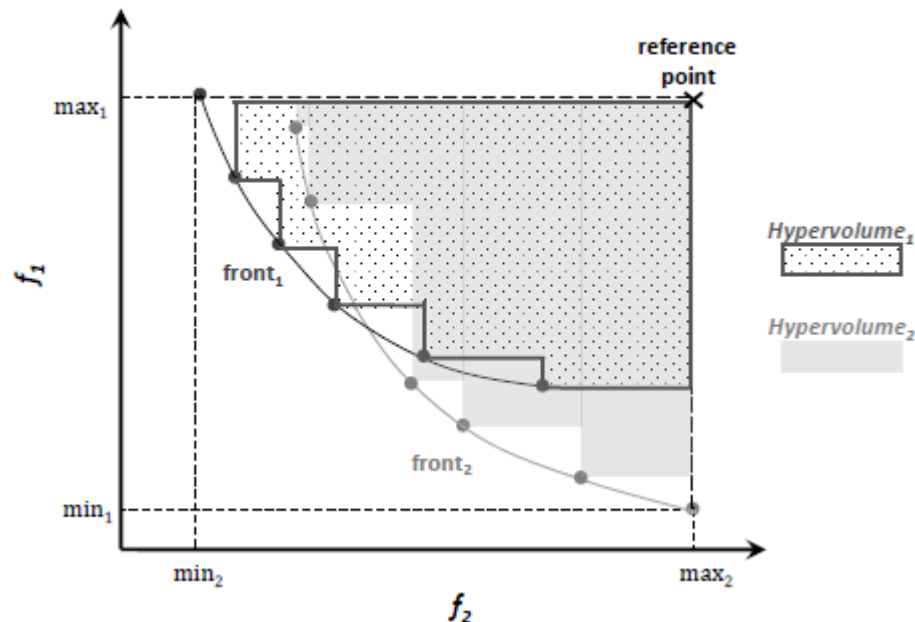
Groupement de fonctions en taches OS temps réel

Comparaisons: hv et normalisation des objectifs

- Pour que un objectif ne prenne pas le pas sur l'autre lors d'un calcul d'hypervolume. Ex : ici une petite variation de f_1 améliore bien plus l'hypervolume que la même pour f_2 .

$$x' = \frac{x - \min_1}{\max_1 - \min_1} \quad y' = \frac{y - \min_2}{\max_2 - \min_2}$$

Toutes les solutions valides d'un cas de test avec 11 fonctions



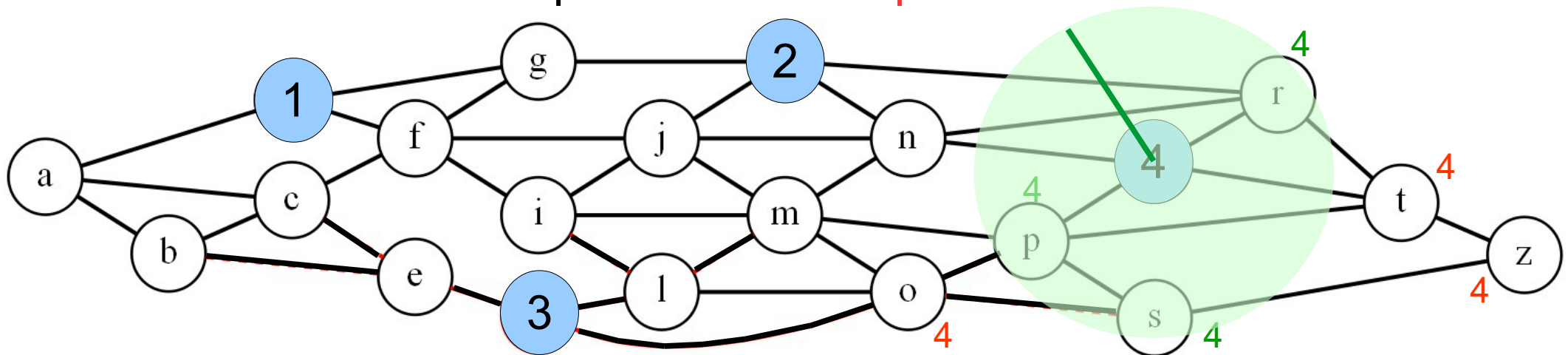


Applications

Localisation d'écoles



- Optimisation en fonction de la population (enfants allant à l'école)
 - P écoles à placer, avec N points de population, et les distances entre les différents sites. Si un enfant est à moins de T km de l'école la plus proche, il y va à pied, sinon, il prend les transports en commun. Objectifs :
 - Distance moyenne pour ceux qui vont à **pied**
 - Nombre de ceux qui vont en **transport**





Localisation d'écoles

résolution exacte ϵ -contraintes



■ Définition du problème

■ $Y_{ij} = 1$

enfant i à école j

■ $Z_{ij} = 1$

enfant i à école j à **pied**

■ Résolution par itération sur la borne #byPublic transportation

minimize $\sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^N h_i d_{ij} Z_{ij}$ ← o_1 : distance totale à pied

minimize $\sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^N h_i (Y_{ij} - Z_{ij})$ ← o_2 : enfants en transports publics

subject to $\sum_{j=1}^N Y_{ij} = 1$ $\forall i, 1 \leq i \leq D$

$$\sum_{j=1}^N X_j = p$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \quad \forall i, j, 1 \leq i \leq D, 1 \leq j \leq N$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } d_{ij} > \alpha \\ Y_{ij} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i, j, 1 \leq i \leq D, 1 \leq j \leq N$$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ d_{ik} \leq \alpha}}^N Y_{ik} \geq X_j \quad \forall i, j, 1 \leq i \leq D, 1 \leq j \leq N, d_{ij} \leq \alpha,$$

$$X_j \in \{0, 1\} \quad \forall j, 1 \leq j \leq N$$

$$Y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, 1 \leq i \leq D, 1 \leq j \leq N$$

$$Z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, 1 \leq i \leq D, 1 \leq j \leq N$$



Localisation d'écoles

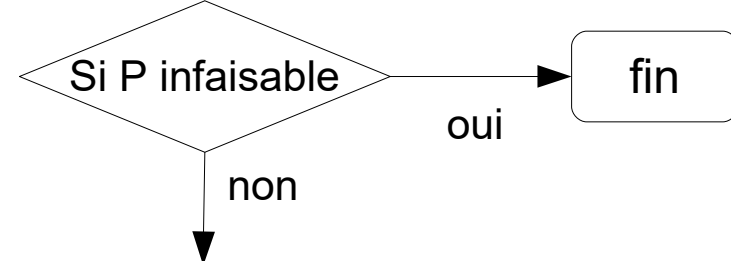
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

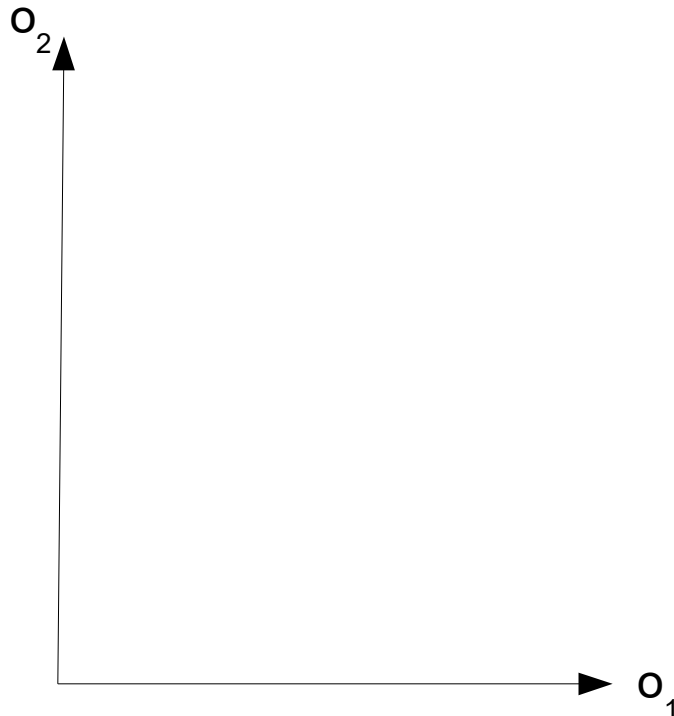
Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S

$o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 - 1$





Localisation d'écoles

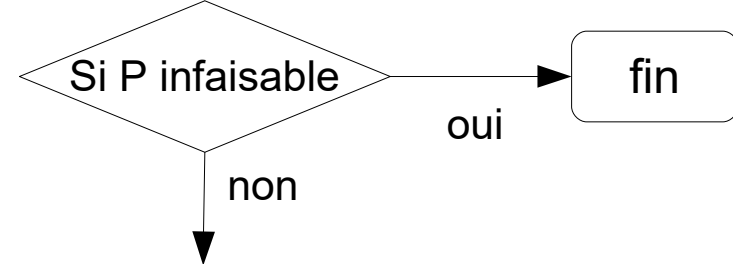
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

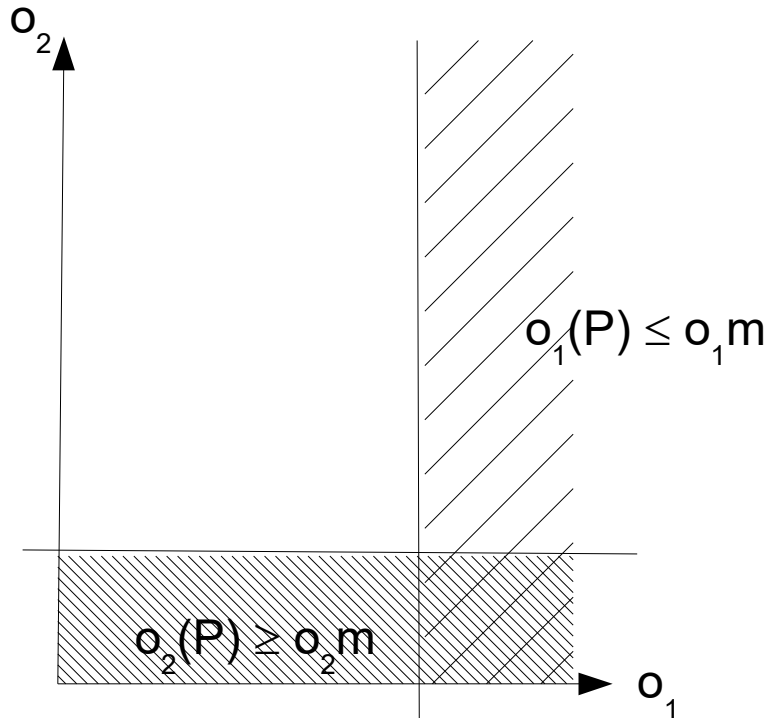
$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S
 $o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 - 1$





Localisation d'écoles

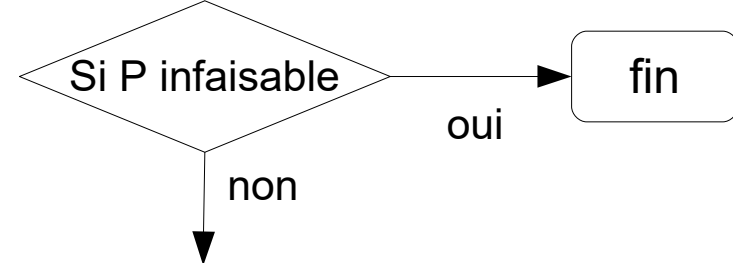
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

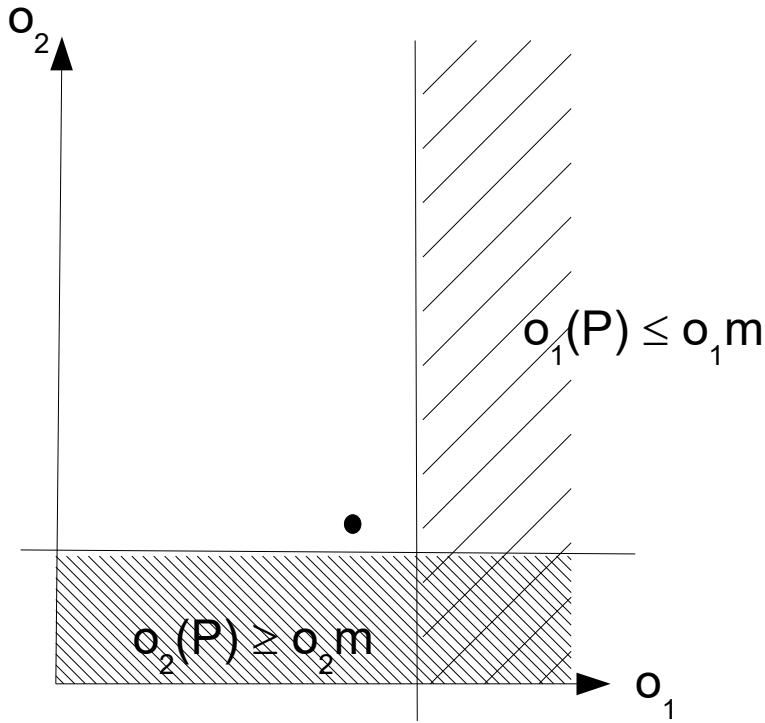
$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S
 $o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 - 1$





Localisation d'écoles

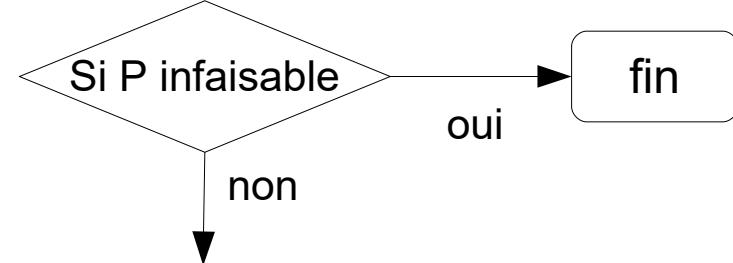
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

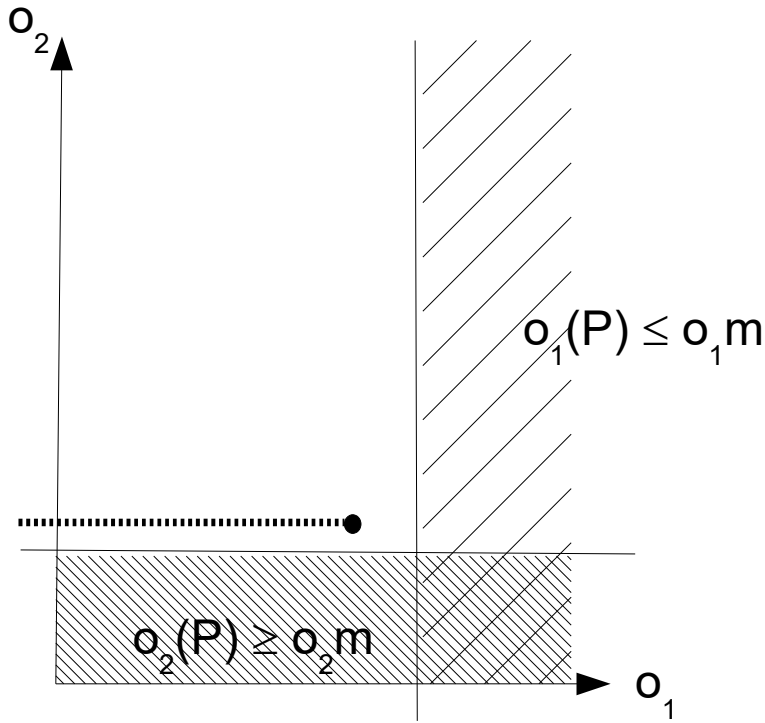
$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S
 $o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 + 1$





Localisation d'écoles

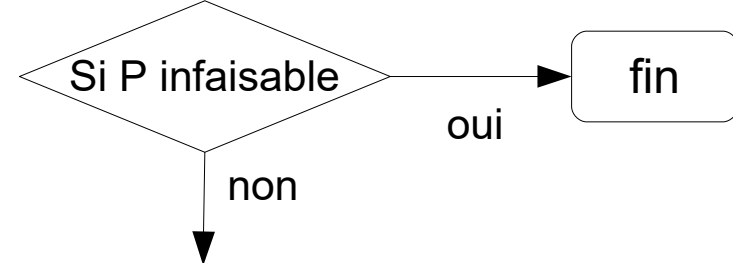
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

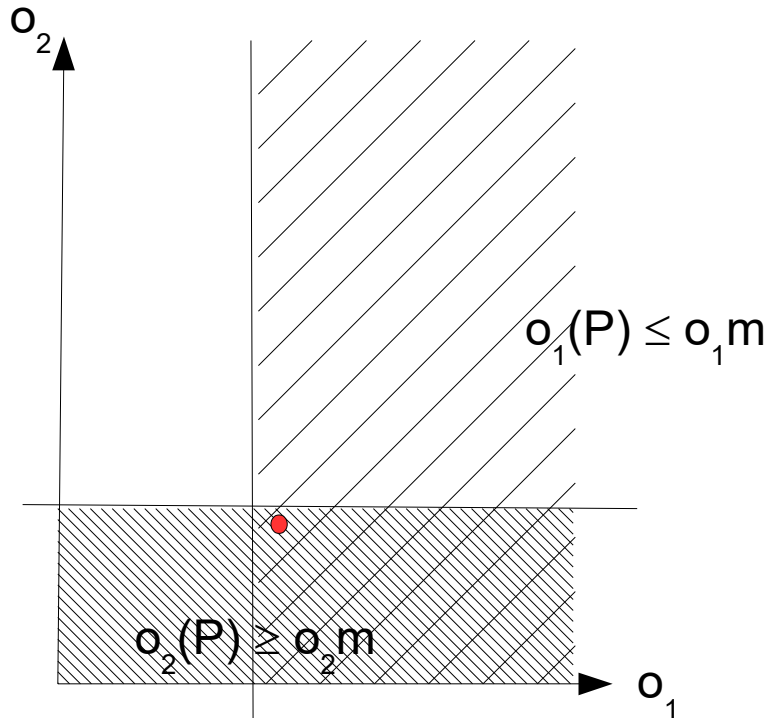
$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S
 $o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 + 1$





Localisation d'écoles

résolution exacte ε -contraintes



initialisation

$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)

Si P infaisable

oui

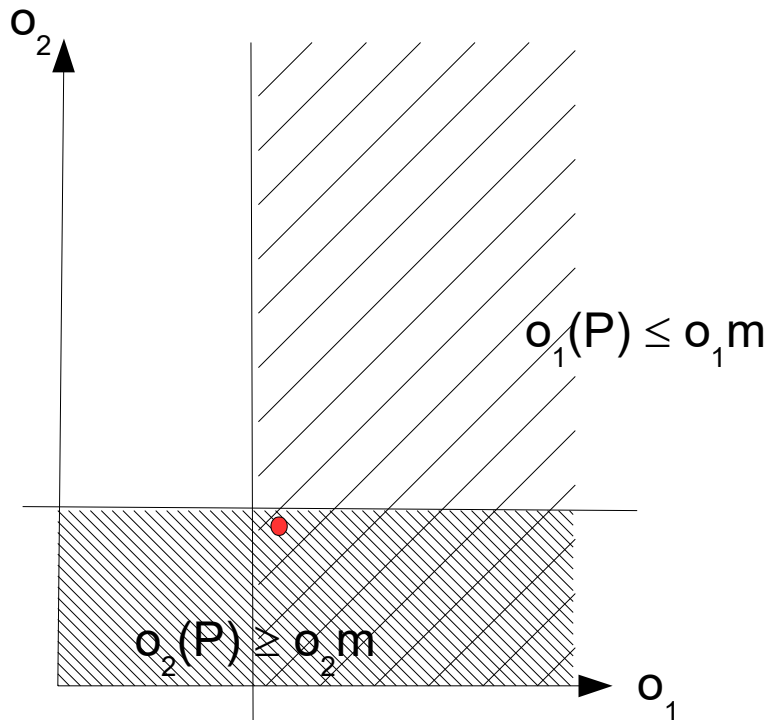
fin

non

Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S

$o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 + 1$





Localisation d'écoles

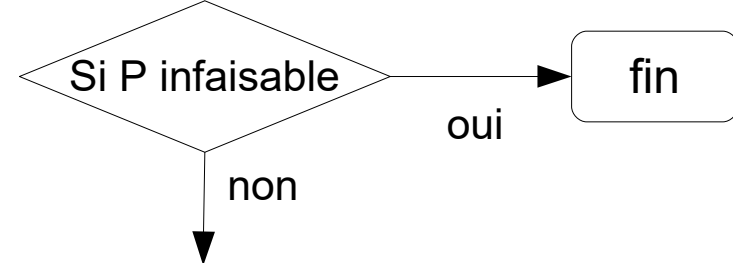
résolution exacte ε -contraintes



initialisation

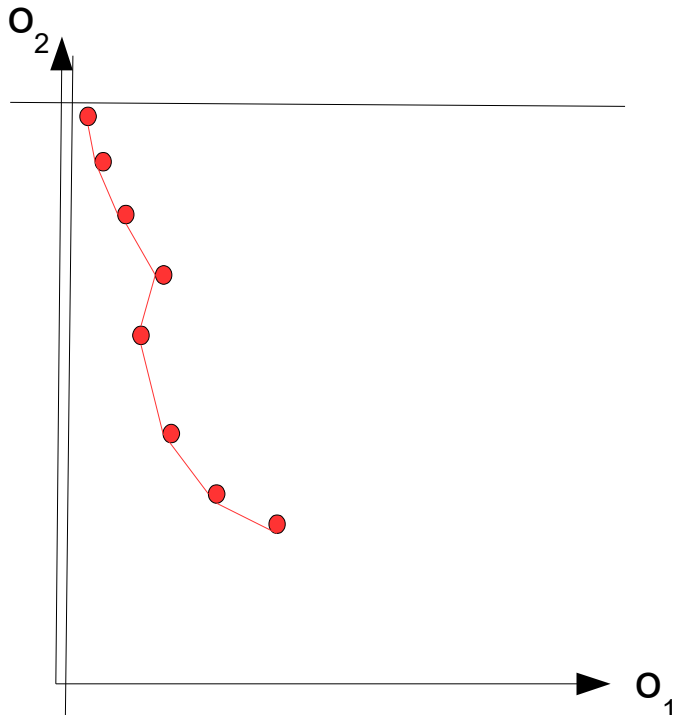
$o_1 m = +\infty$ et $o_2 m = -\infty$
 $P =$ problème initial
 $S = \emptyset$

Ajouter à P les contraintes
 $o_1(P) \leq o_1 m$
 $o_2(P) \geq o_2 m$
résoudre ($z_2 = \min o_2(P), P$)



Ajouter à P la contrainte
 $o_2(P) = z_2$
résoudre ($z_1 = \min o_1(P), P$)

Ajouter (z_1, z_2) à S
 $o_1 m = z_1 - 1$
 $o_2 m = z_2 + 1$



Plusieurs heures si $N > 100$!

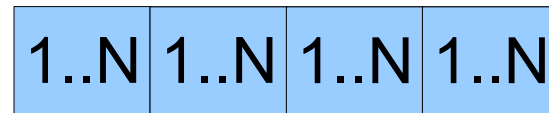


Localisation d'écoles résolution approchée



- Avec PAES ou NSGA2 : représentation par **chromosome** des sols.

- Codage



$\text{sol}[i] = j$
si enfant i va à école j

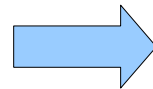
- Mutation SOO

$1 \rightarrow 1$



↑ Site aléatoire

- $1 \rightarrow \lambda$ (recherche locale : VNS, path relinking)



z



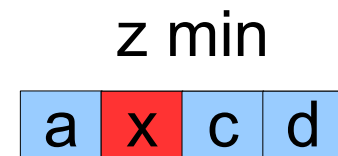
z

...

...



z



$z \text{ min}$

↑ Site aléatoire



Localisation d'écoles résolution approchée

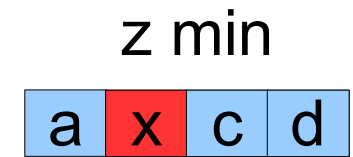
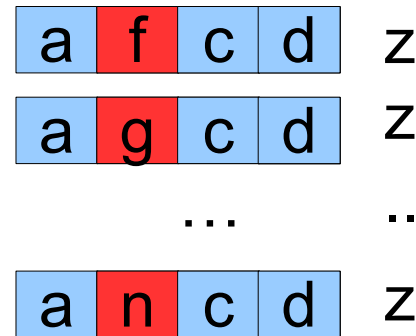
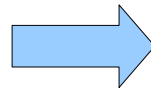


■ Mutation avec recherche locale

■ Du cas SOO ...

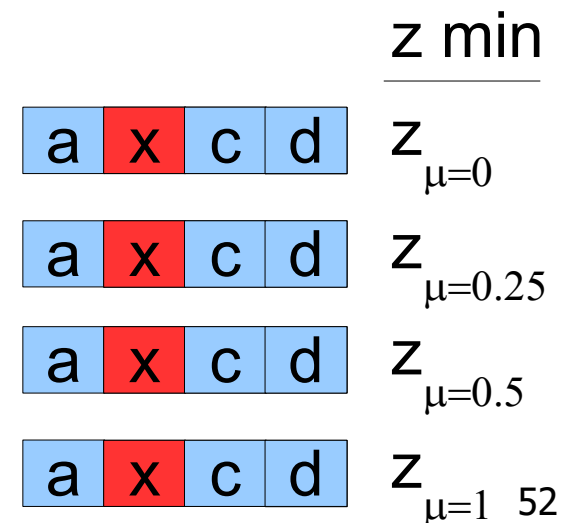
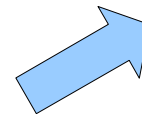


↑ Site aléatoire



■ ... au cas MOO

- $z_{\mu} = \mu.z_1 + (1 - \mu).z_2$
- $\mu = \{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$



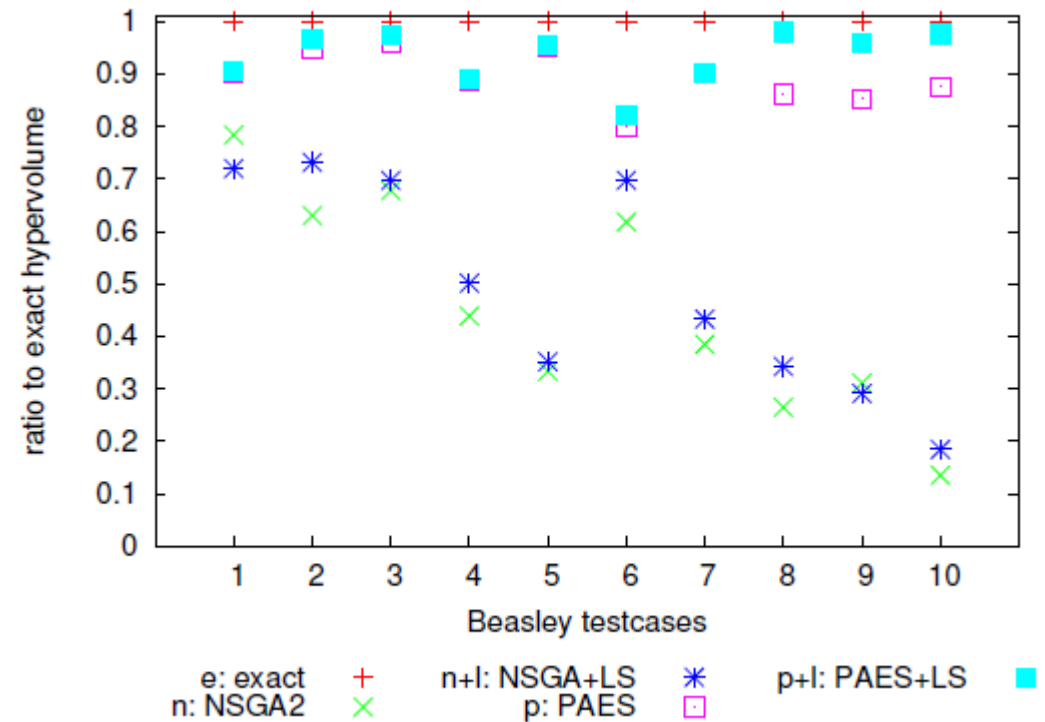


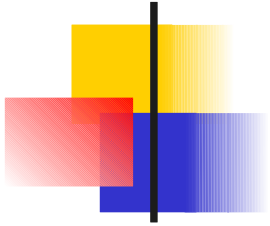
Localisation d'écoles résolution approchée



- Couplage avec PAES
 - Mutation $1 \rightarrow \lambda$ à chaque itération
- Couplage avec NSGA
 - Mutation $1 \rightarrow \lambda$ sur la population finale
- Comparaison des méthodes
 - Exacte (ε -constraint)
 - PAES (avec/sans LS)
 - NSGA2 (avec/sans LS)

Qualité : ratio $\frac{hv_{\text{méthode}}}{hv_{\text{exact}}}$

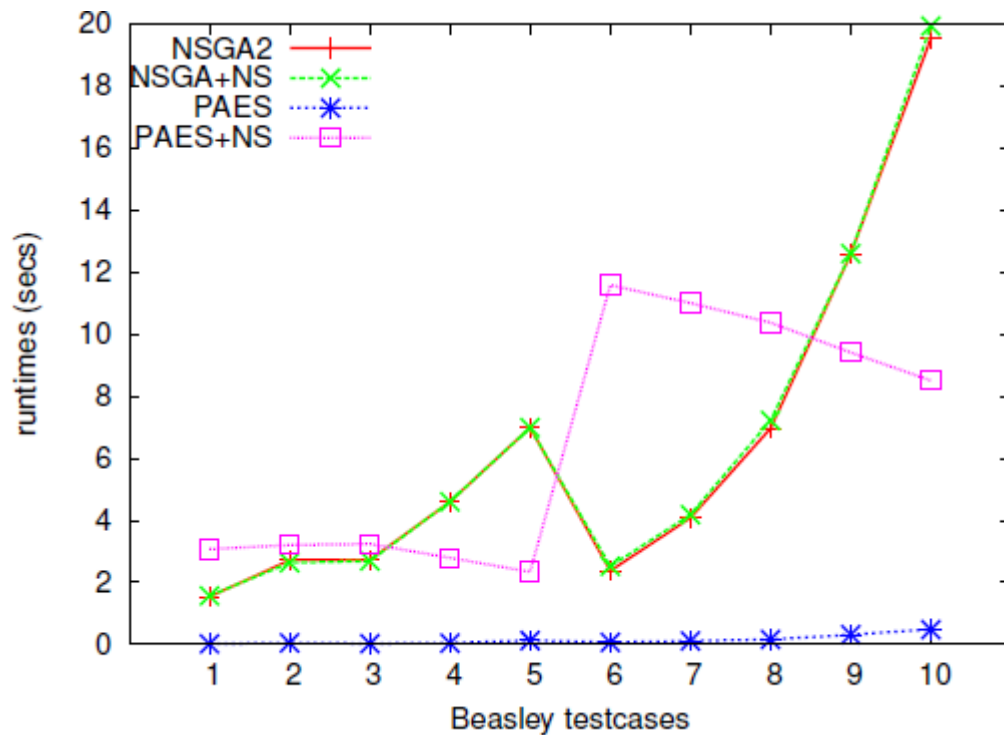




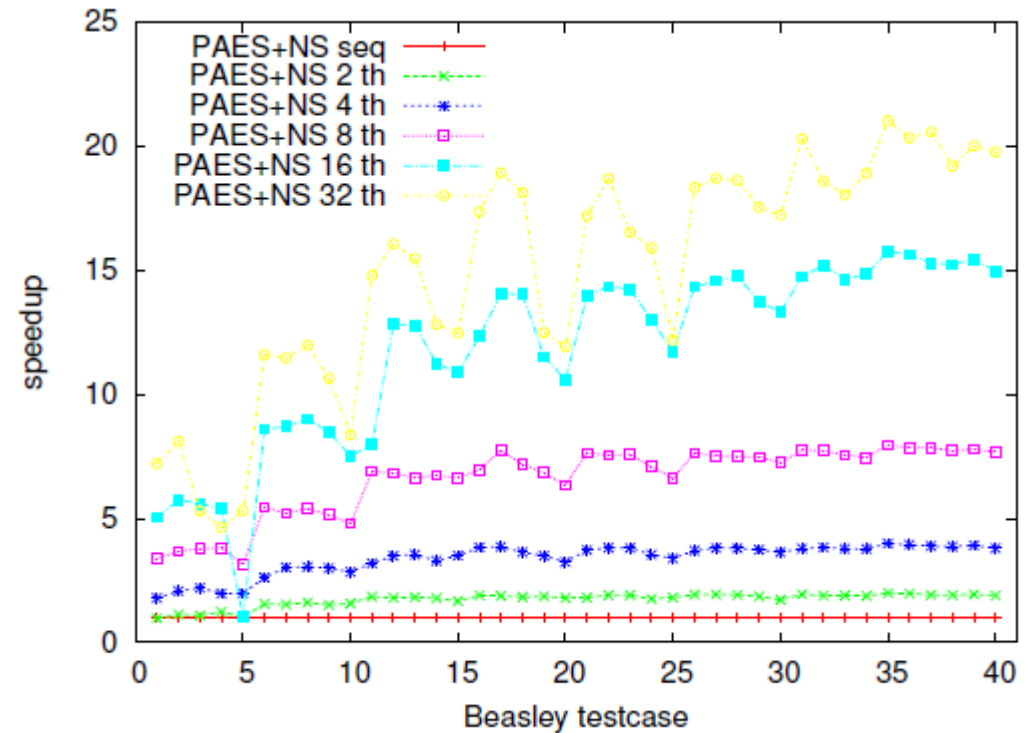
Localisation d'écoles résolution approchée



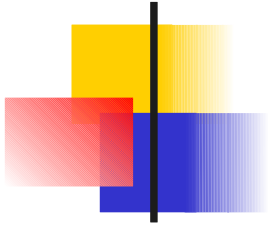
Temps d'exécution séquentiel



Accélération en parallèle



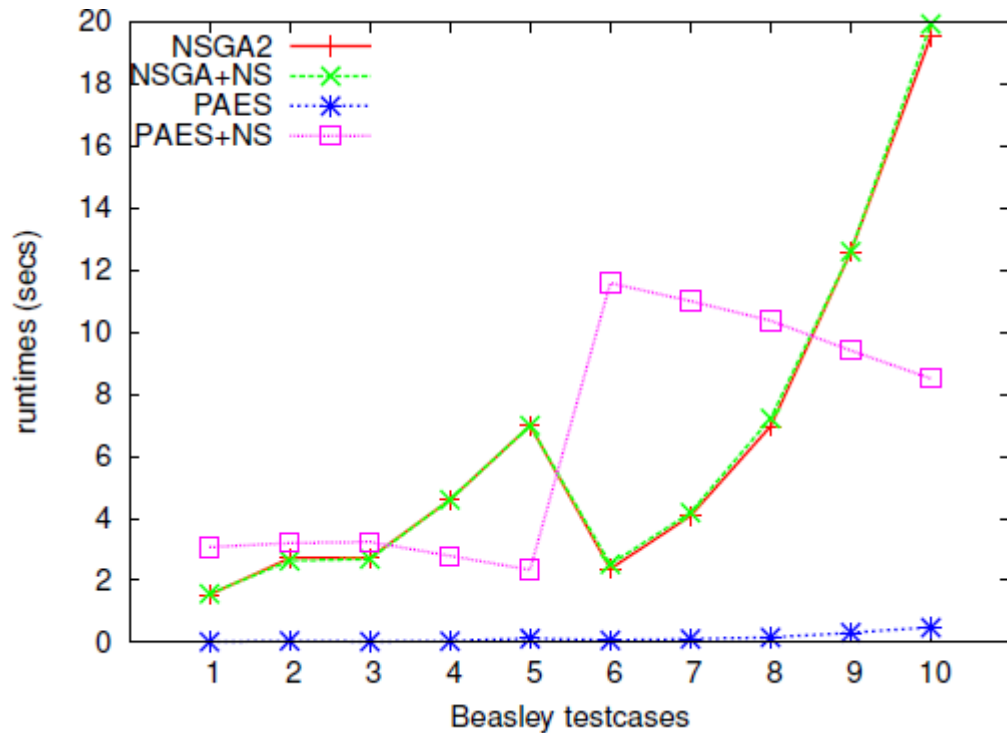
$$\text{Speedup} : \frac{t_{\text{méthode avec x threads}}}{t_{\text{séquentiel}}}$$



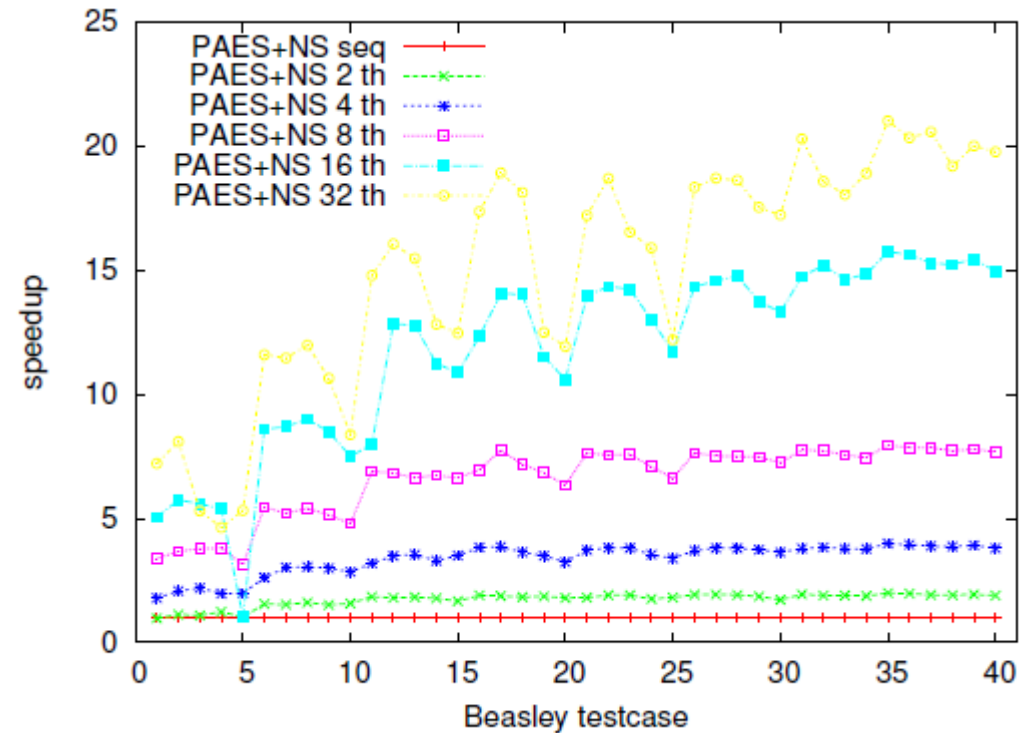
Localisation d'écoles résolution approchée



Temps d'exécution séquentiel



Accélération (24 cœurs)



$$\text{Speedup} : \frac{t_{\text{méthode avec x threads}}}{t_{\text{séquentiel}}}$$

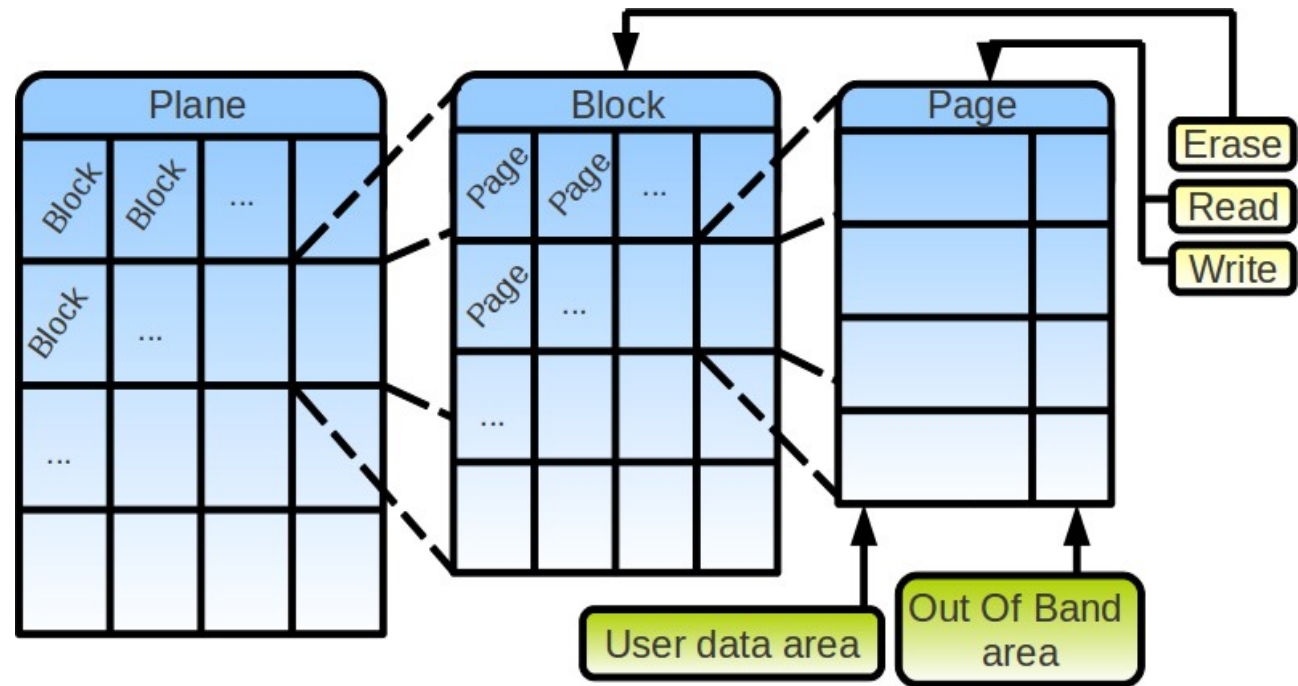


Applications

Configuration de pilote de mémoire Flash

■ Actions

- Opérations E/R/W
- E sur blocs (**usure**)
- R/W sur pages
- E avant W



mapping des adresses

- ▶ Par page (PM) → coût RAM
- ▶ Par bloc (BM) → coût #E
- ▶ Hybride → %PM

Choix BM vs PM pour W

- ▶ Depend du #pages à écrire

$$\rightarrow \text{PM} < \text{seuil} < \text{BM}$$

Bonne

Applications Configuration de pilote de mémoire Flash

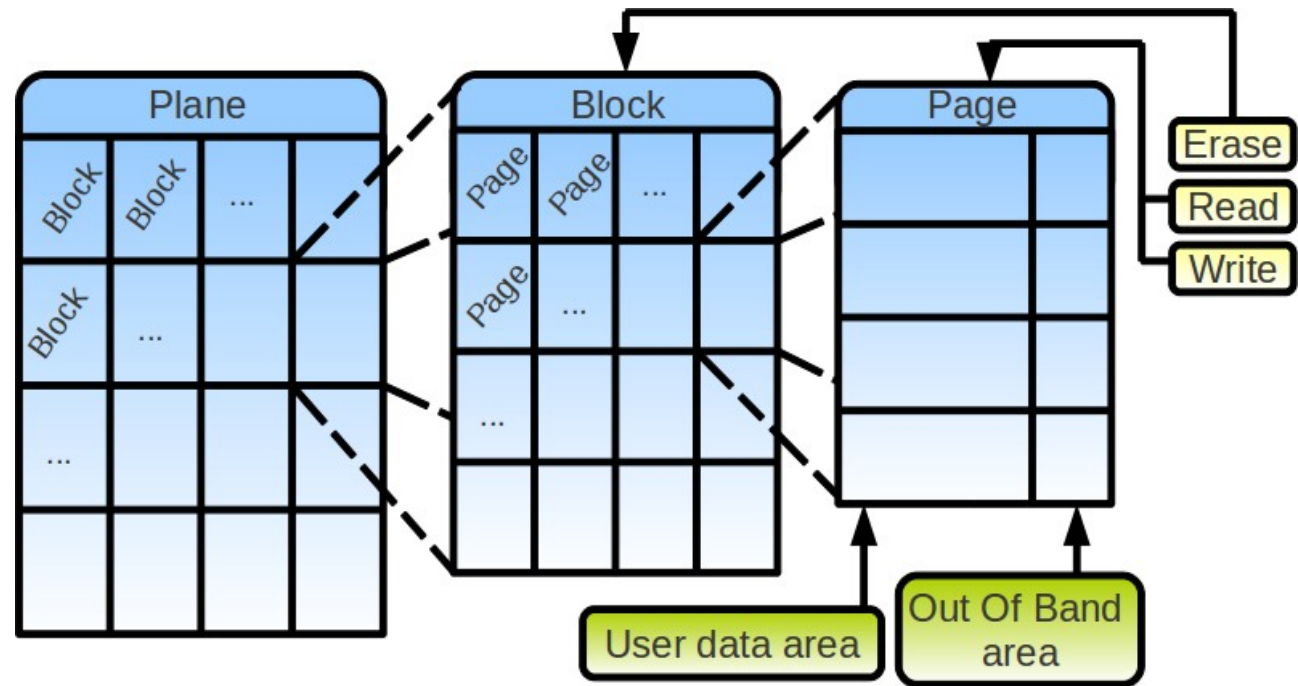
■ Actions

- Opérations E/R/W
- E sur blocs (**usure**)
- R/W sur pages
- E avant W

Temps de réponse R/W

mapping des adresses

- ▶ Par page (PM) → coût RAM
- ▶ Par bloc (BM) → coût #E
- ▶ Hybride → %PM



Choix BM vs PM pour W

- ▶ Depend du #pages à écrire

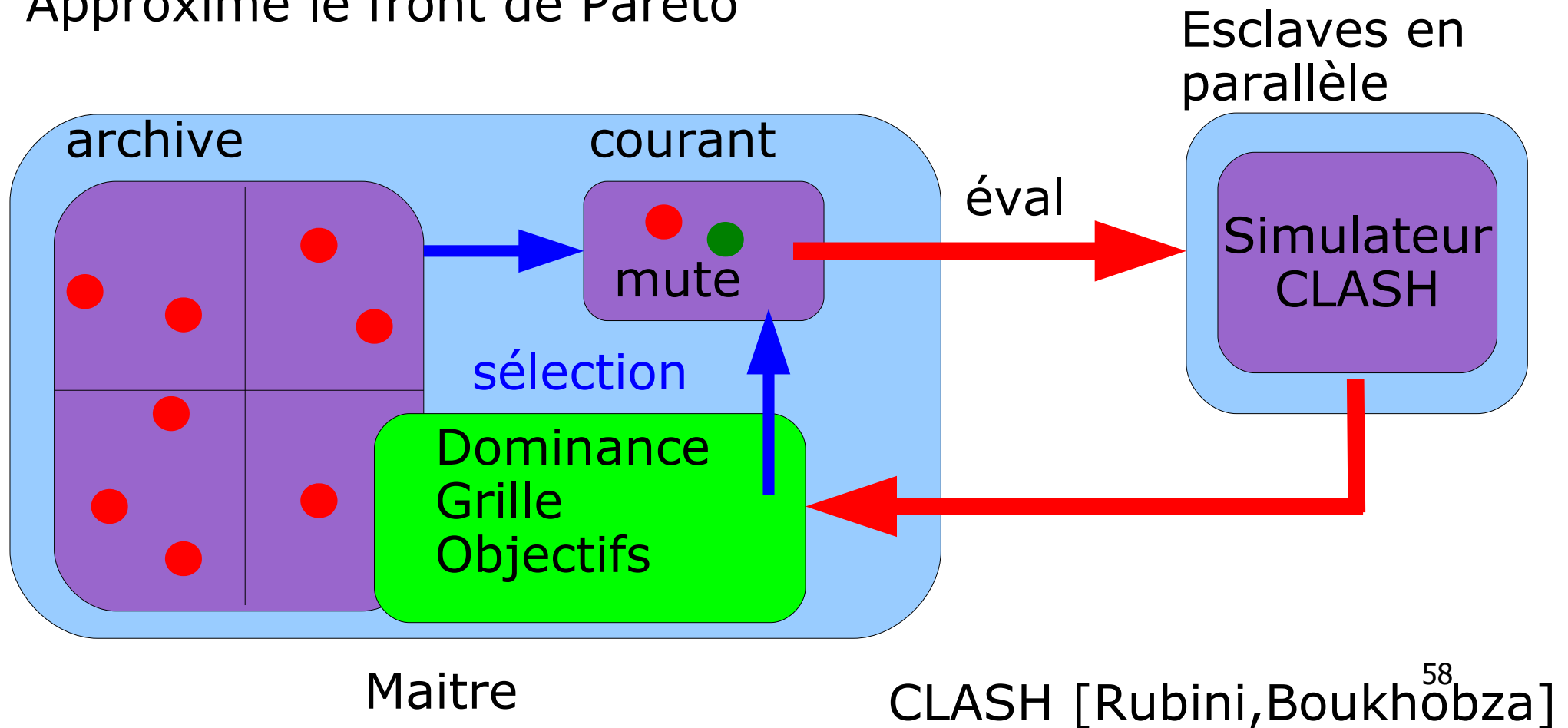
→ PM < seuil < BM



Configuration de pilote de mémoire Flash PAES en parallèle

Evaluation par simulateur de traces très longue
Pareto Archived Evolution Strategy **en parallèle**

Approxime le front de Pareto

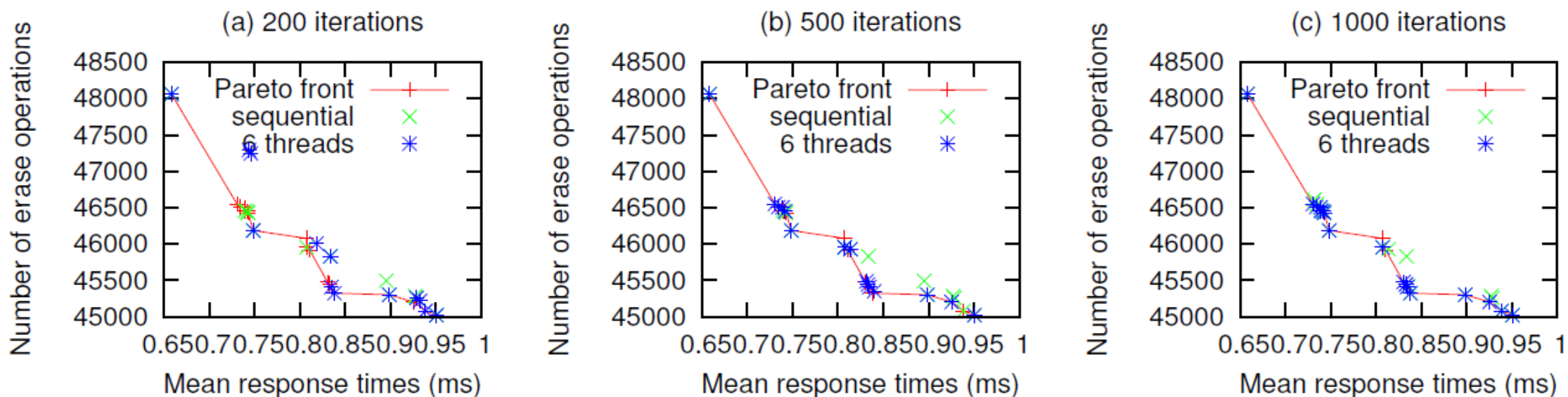


Configuration de pilote de mémoire Flash

PAES en parallèle maitre/esclave asynchrone

Evaluation par simulateur de traces très longue
Pareto Archived Evolution Strategy **en parallèle**

6 esclaves : approche mieux le front de Pareto



temps d'exécution
pour 100 itérations :

Method	set size	runtime (100 iterations)
Pareto Front	17	-
single PAES	2	577 s
1-slave PAES	2	536 s
6-slaves PAES	2	107 s



TD programmation lineaire

Allocation de ressources de calcul (ex. Amazon WS)

- Vente de temps de calcul sur des machines physiques
 - Machines physiques PM_j caractérisées par
 - Leur cout énergétique e_j (\$ par unité de calcul)
 - Leur capacité de calcul c_j (en unités de calcul)
 - Leur cout fixe de démarrage f_j (\$)
 - Les calculs correspondent aux lancements de VM
 - Nombre d'unités de calcul u_i nécessaire pour chaque VM_i
- Comment placer les VM_i sur les PM_j ?
 - Eventuellement, ressources limitées en PM de chaque type
 - Fonctions objectives possibles



TD programmation lineaire

Allocation de VM (Amazon WS)

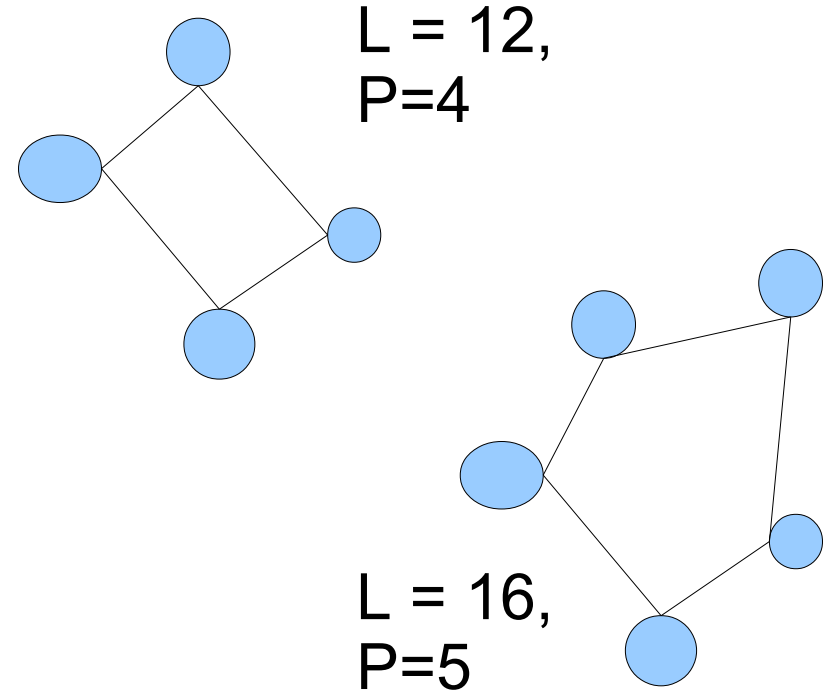
- Proposer un codage des solutions
- Fct obj : **cout énergétique**
 - Démarrage des machines
 - Coûts unitaires
- Fct obj : **laxité**
 - Pas de migration obkigée en cas de variation de la charge
 - Min ou moyenne
- Opérateurs de voisinage ? Mutations ? Crossovers ?



TD
PAES
TSP multi objectif

TSP SOO \neq TSP MOO :
Toutes les villes
ne sont pas forcément incluses

- Données
 - $G = (V, E)$
 - Longueurs $v_i \rightarrow v_j$
 - Profits p_i
- MOO bi-objectif
 - $\min \sum v_i \rightarrow v_j$ vs $\max \sum p_i$
le sommet v_1 doit être inclus



- Variantes (cf *Multi-objective Meta-heuristics for the Traveling Salesman Problem with Profits*, M. Laguna. DOI 10.1007/s10852-008-9080-2 – <http://leeds-faculty.colorado.edu/glover/TSP%20-%20Multi-objective%20Metaheuristics%20w%20Jozefowicz%20and%20Laguna.pdf>)
 - Borne sur profit min
 - Et/ou Borne sur longueur max

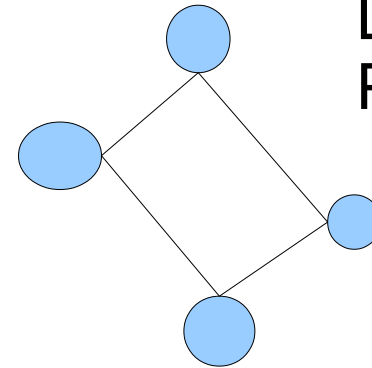


TD/TP

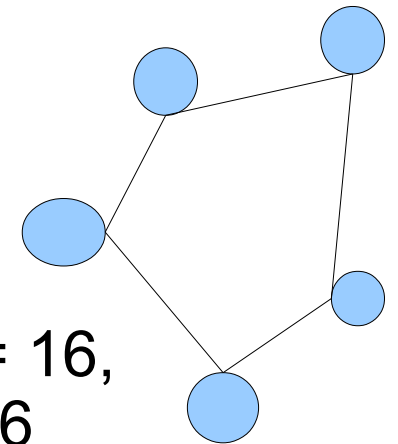
PAES

TSP multi objectif

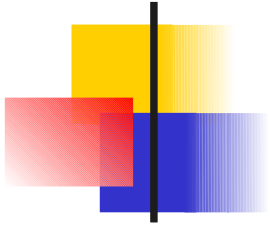
- Comment avoir un problème bi objectif à minimiser ?
→ solution simple puis pb MOO
- Proposer un codage des solutions
- Proposer une procédure de mutation (opérations possibles?)
- Proposer un algorithme de recherche locale
- Lire la doc PAES fournie (paescloud.c), quels pourraient être les paramètres d'appel ?



$L = 12,$
 $P=4$



$L = 16,$
 $P=6$

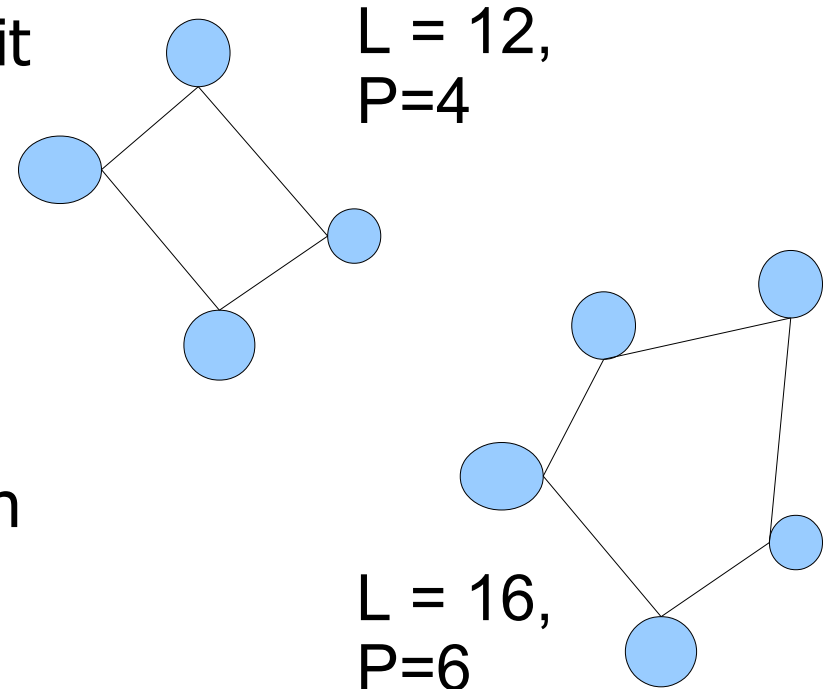


TD/TP

PAES vs NSGA2

TSP multi objectif

- D'après la doc fournie (Readme), que doit être développé pour NSGA2 ?
- Qu'est ce qui peut être réutilisable de la version PAES avec NSGA2 ?
- Proposer une procédure de mutation
- A quoi servent les pénalités ?
Quelle métrique proposez vous ?
- Comment traiter les différentes versions de TSP MOO ?



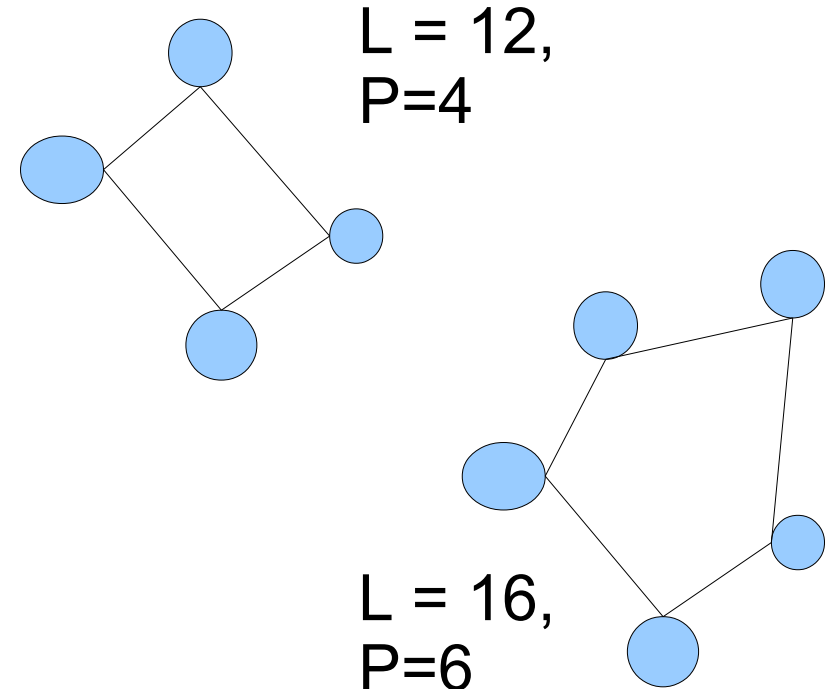


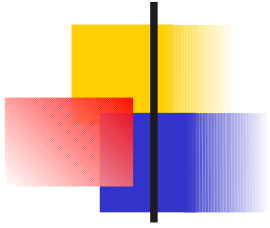
TP 1

PAES

TSP multi objectif

- Prendre en main le code C PAES
→ exemple de paescloud.c
- Regarder les fonctions utilitaires liées au TSP MOO (lecture des données)
→ gapaes.c
- Coder la procédure de mutation
→ paestsp.c à partir de paescloud.c
- Coder la fonction d'évaluation
- Tester
- Traiter les différentes versions de TSP MOO





TP 2

PAES vs NSGA 2

TSP multi objectif

- Ajouter une recherche locale
- Tester l'algorithme, dessiner le front de Pareto (archive) obtenu avec gnuplot
- Calculer l'hyper-volume (source hv)
- Traiter les différentes versions de TSP MOO
- Réaliser une implantation NSGA2 comparer les 2

